

系统可靠性设计与评估

——从理论到应用

东北大学

谢里阳

2020.10.31

内容简介

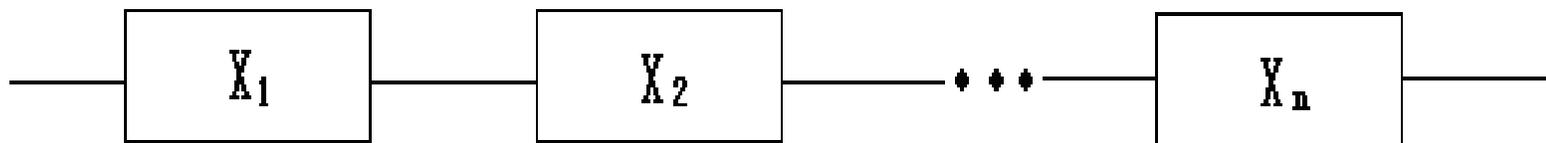
- 针对工程中的系统可靠性评估问题，划分问题类型、分解影响因素、阐释建模原理、展示方法应用。
- 包括载荷不确定性信息及表征方法、静强度失效和疲劳等失效机理及时变可靠性模型。

问题

- 失效事件之间的独立性/相关性
 - 物理独立 \neq 事件发生概率可乘 ($P_{AB} \neq P_A \cdot P_B$)
- 载荷环境的不确定性——表征
- 事件之间的相关性——两灯问题
 - 划定边界——灯、线、电源
 - 定义事件——照明不足？
 - 失效原因——失火？淹水？爆炸？

I 系统可靠性模型

串联系统



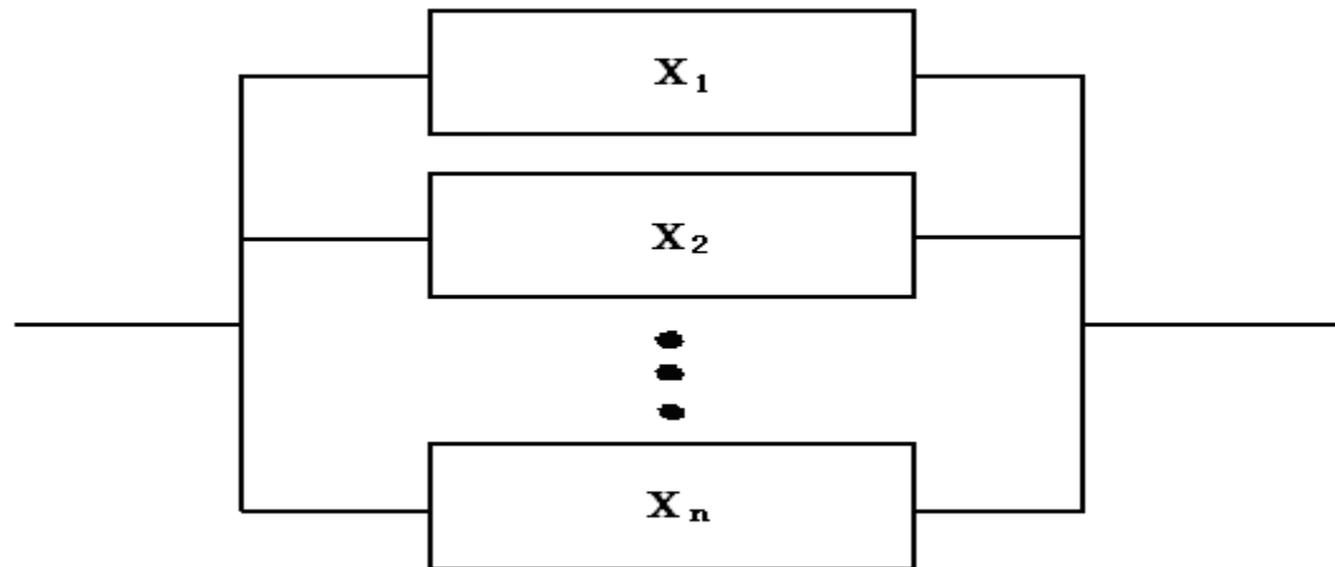
- 串联系统可靠性模型：

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i$$

- 式中， R_i 为第*i*个零件的可靠度。



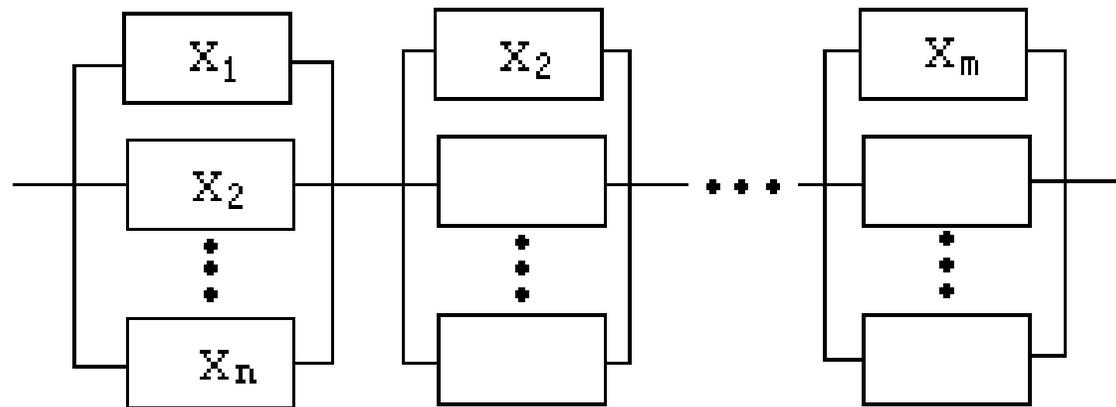
并联系统



- 并联系统可靠性模型：

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

混联系统—串-并联系统



- 串-并联系统的可靠度为

$$R_S = \prod_{i=1}^m \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{n_i} (1 - R_{ij}) \right\}$$

- 当所有的 $R_{ij}=R$, 所有的 $n_i=n$, 则m个并联子系统的串联系统的可靠度为:

$$R_S = \left[1 - (1 - R)^n \right]^m$$

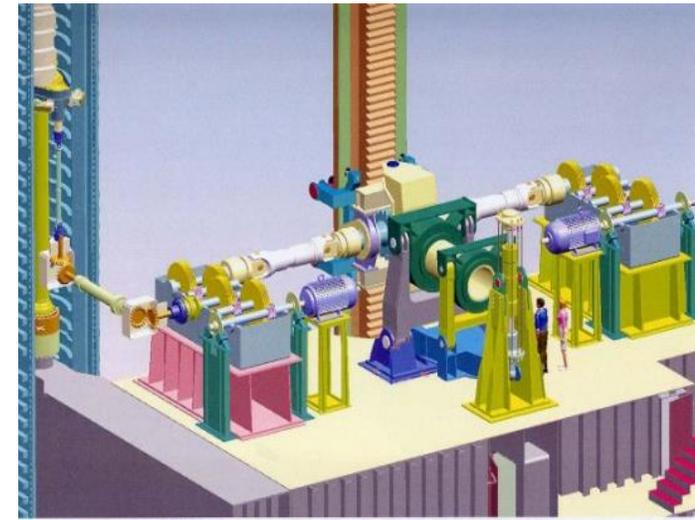
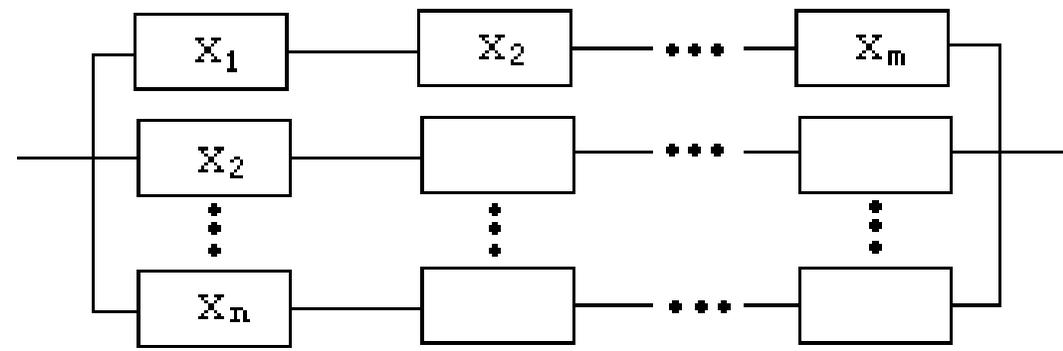
并-串联系统

- 并-串联系统的可靠度为：

$$R_S = 1 - \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{m_i} R_{ij} \right\}$$

- 当所有的 $R_{ij}=R$ ， 所有的 $n_i=n$ ， 则系统的可靠度为：

$$R_S = 1 - (1 - R^m)^n$$



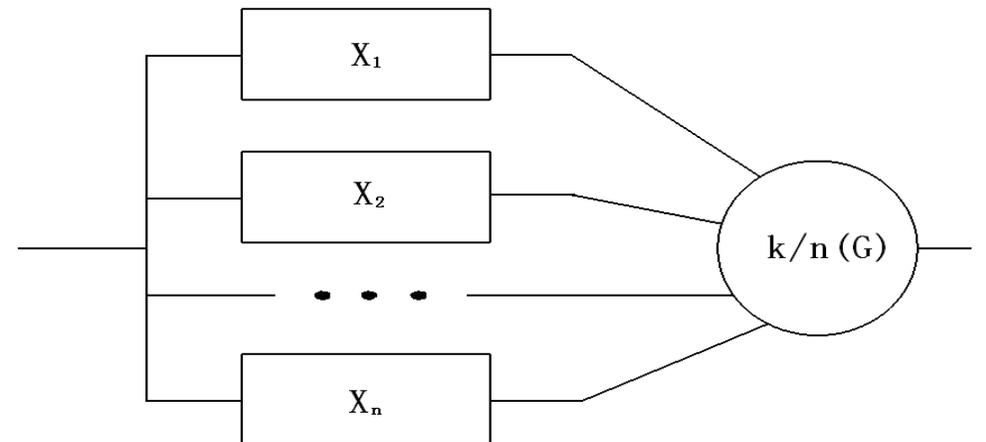
表决系统的可靠度

- 若每个零件都有相同的可靠度 R 及相同的失效概率 p ， k/n 表决系统系统的 n 个零件中有任意 k 个失效的概率为：

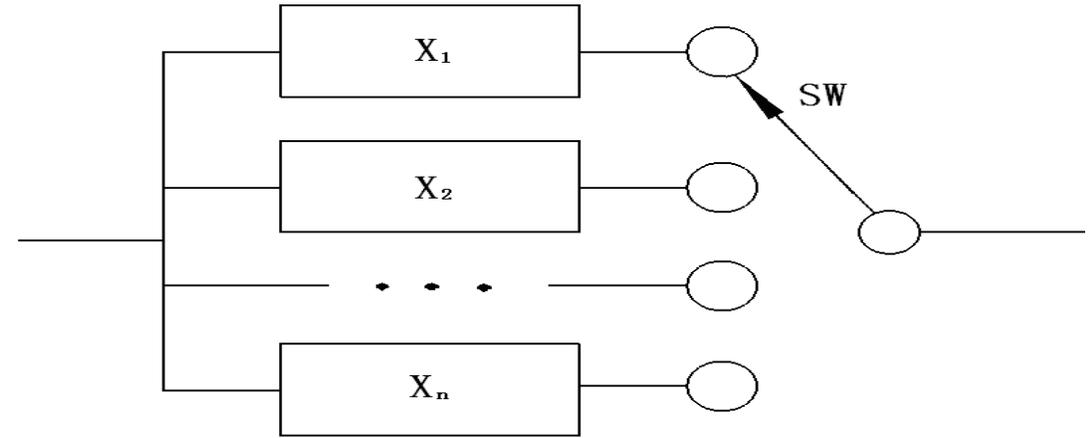
$$P_S^{k/n} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

- $k/n(G)$ 系统的可靠度表达式为：

$$R_S = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$$



贮备系统的可靠度



- 当并联系统中只有一个单元工作，其它单元不工作而作为备用，当工作单元失效时用一个备用单元代替失效单元，使系统工作不致中断，这种系统称为贮备系统或后备冗余系统。
- 贮备系统由 n 个零件组成，在初始时刻，一个零件开始工作，其余 $n-1$ 个零件作为贮备。当工作零件故障时，贮备零件逐个地替换故障零件，直至所有 n 个零件均发生故障，系统才发生故障。

- 在由n个单元构成的贮备系统中，如果故障检查器与转换开关的可靠度很高（接近100%）则在给定的时间t内只要累积的失效单元数不多于(n-1)，则系统就不会失效。
- 若各单元的失效率均为 λ ，则贮备系统的可靠度可用泊松分布的部分求和公式计算：

$$R_s(t) = e^{-\lambda t} \left[1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!} \right]$$

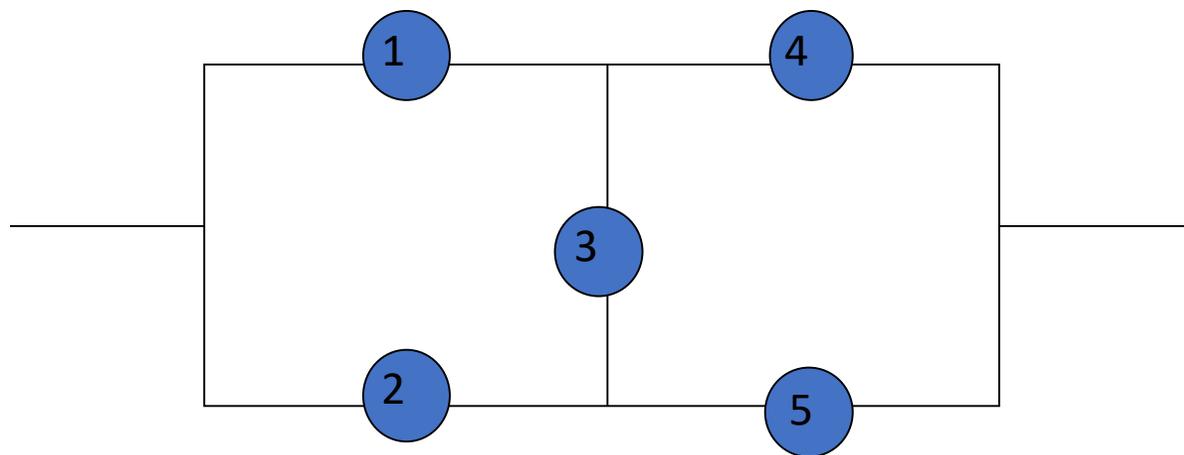
- 开关可靠时，贮备系统的失效率比相应的并联系统的失效率更低。

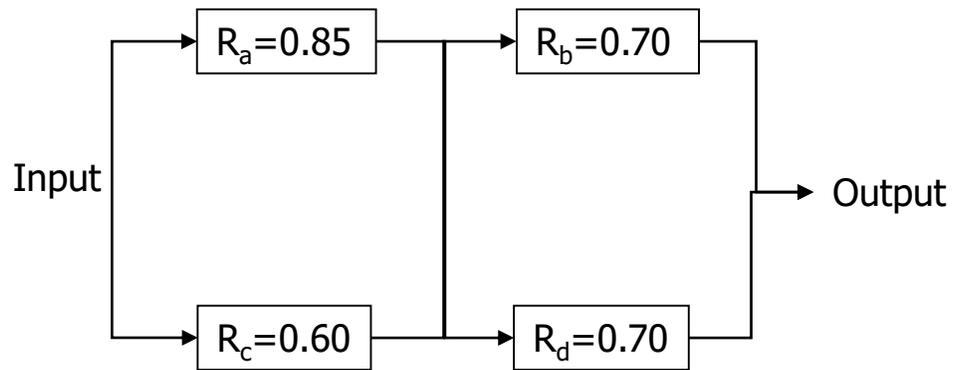
网络系统可靠性模型

- 中枢分解法/条件概率法

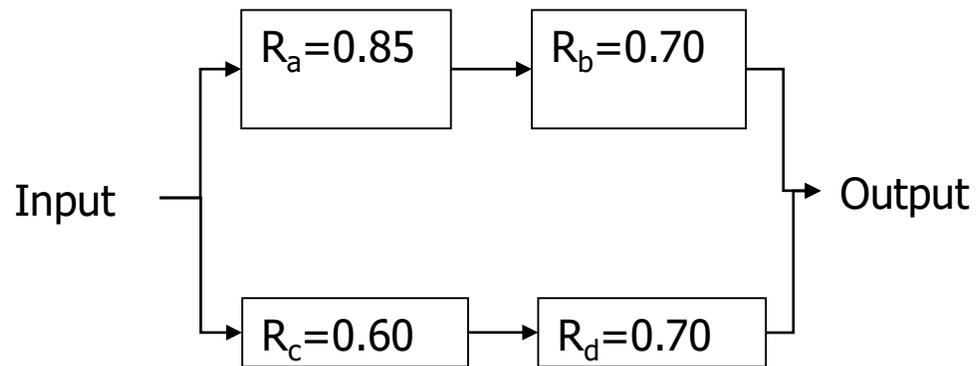
- $R(p) = r(p_1, p_2, \dots, p_n)$

- $R(p) = p_i \cdot r(p_1, p_2, \dots, 1, \dots, p_n) + (1 - p_i) \cdot r(p_1, p_2, \dots, 0, \dots, p_n)$





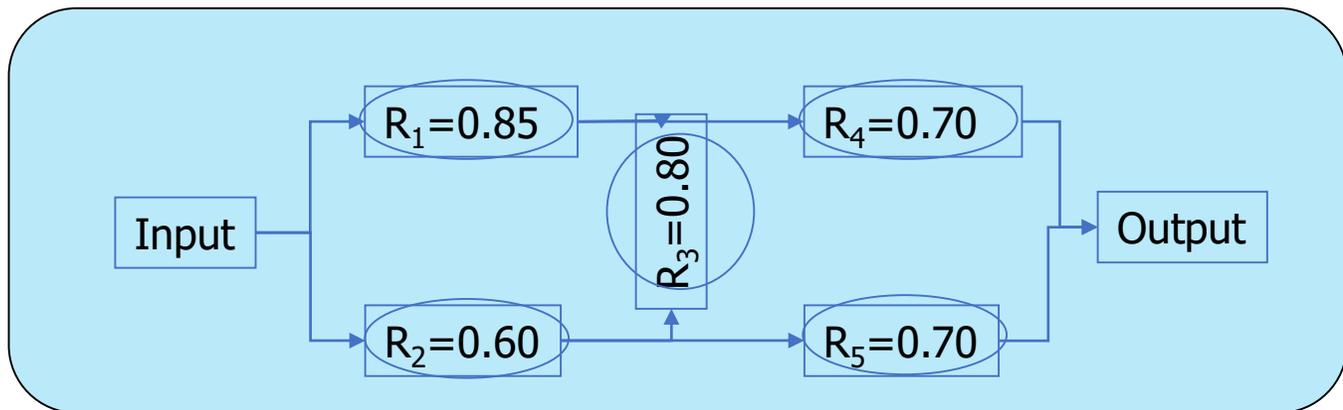
Case A $R_3=0.80$



Case B $F_3=0.20$

$$R_S = R_{S,A} \times R_3 + R_{S,B} \times F_3$$

——全概率公式



II 系统中单元失效相关性

- 系统可靠度能否由零件可靠度计算？
- 零部件失效事件之间是否存在相关性？

——传统系统可靠性模型的应用问题

——载荷的不确定性导致单元失效统计相关

处理单元失效相关性的方法？

- 相关系数？
- Coupler函数？
- 全概率原理！

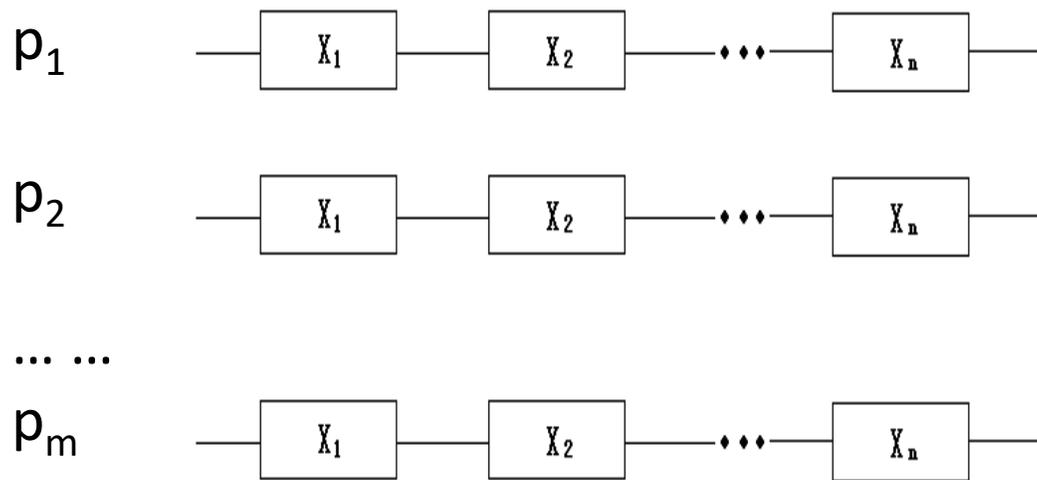
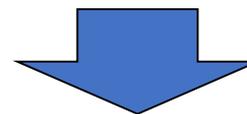
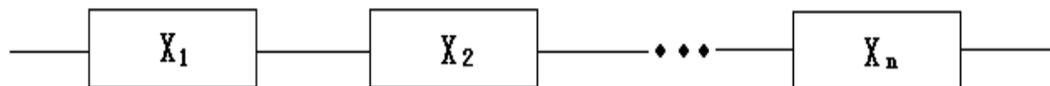
2.1 全概率计算原理

$$R_S = \prod_{i=1}^m R_i$$

载荷 i 出现的概率为

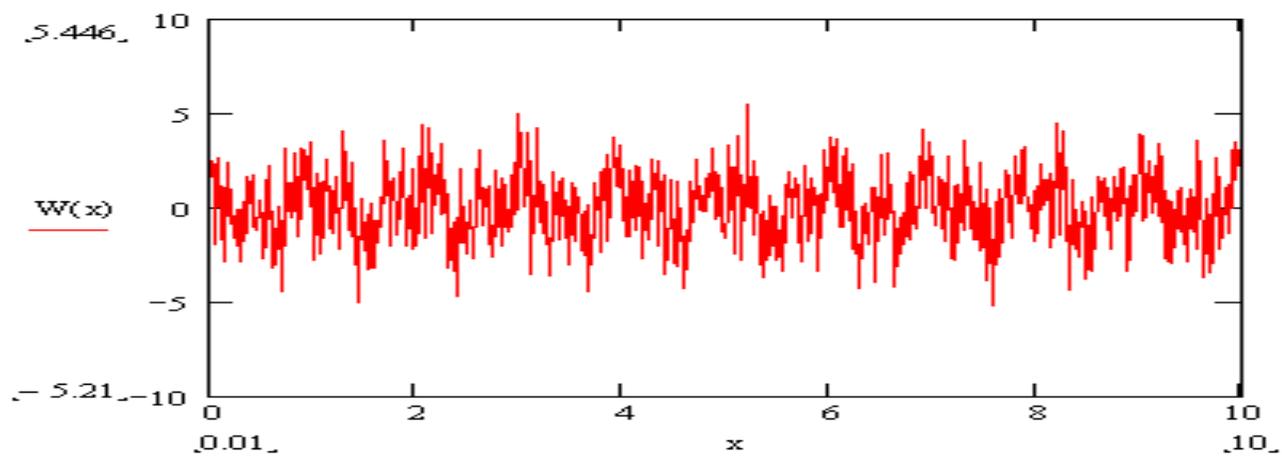
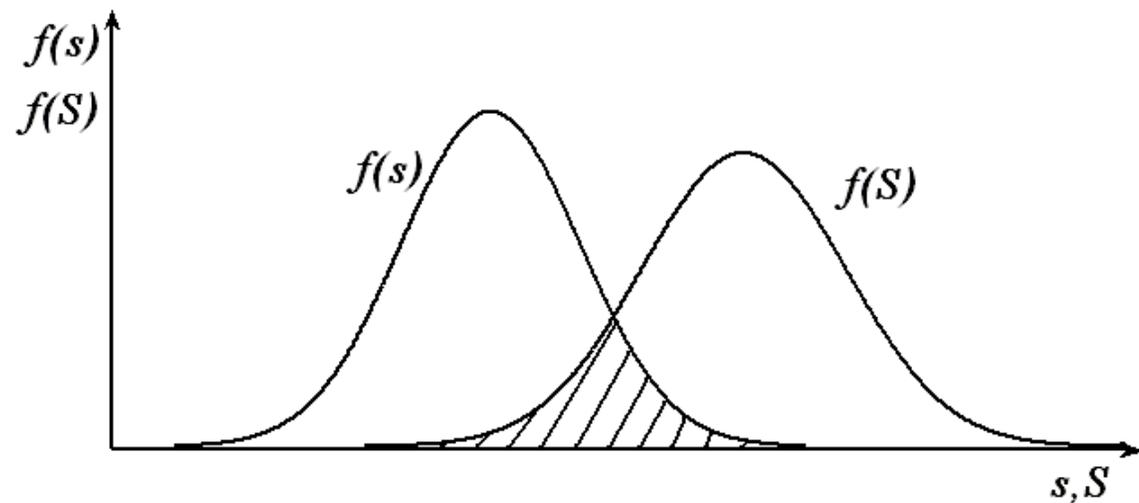
p_i :

$$\begin{aligned} R_S &= \sum p_j R_S(L_j) \\ &= \sum p_j \prod R_i(L_j) \end{aligned}$$

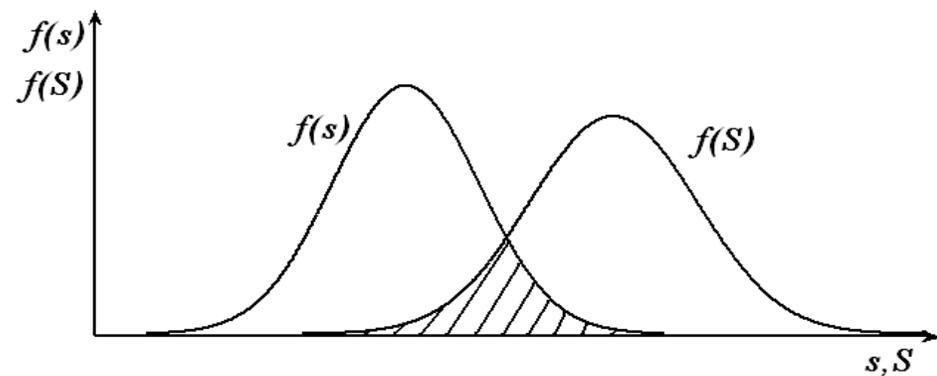
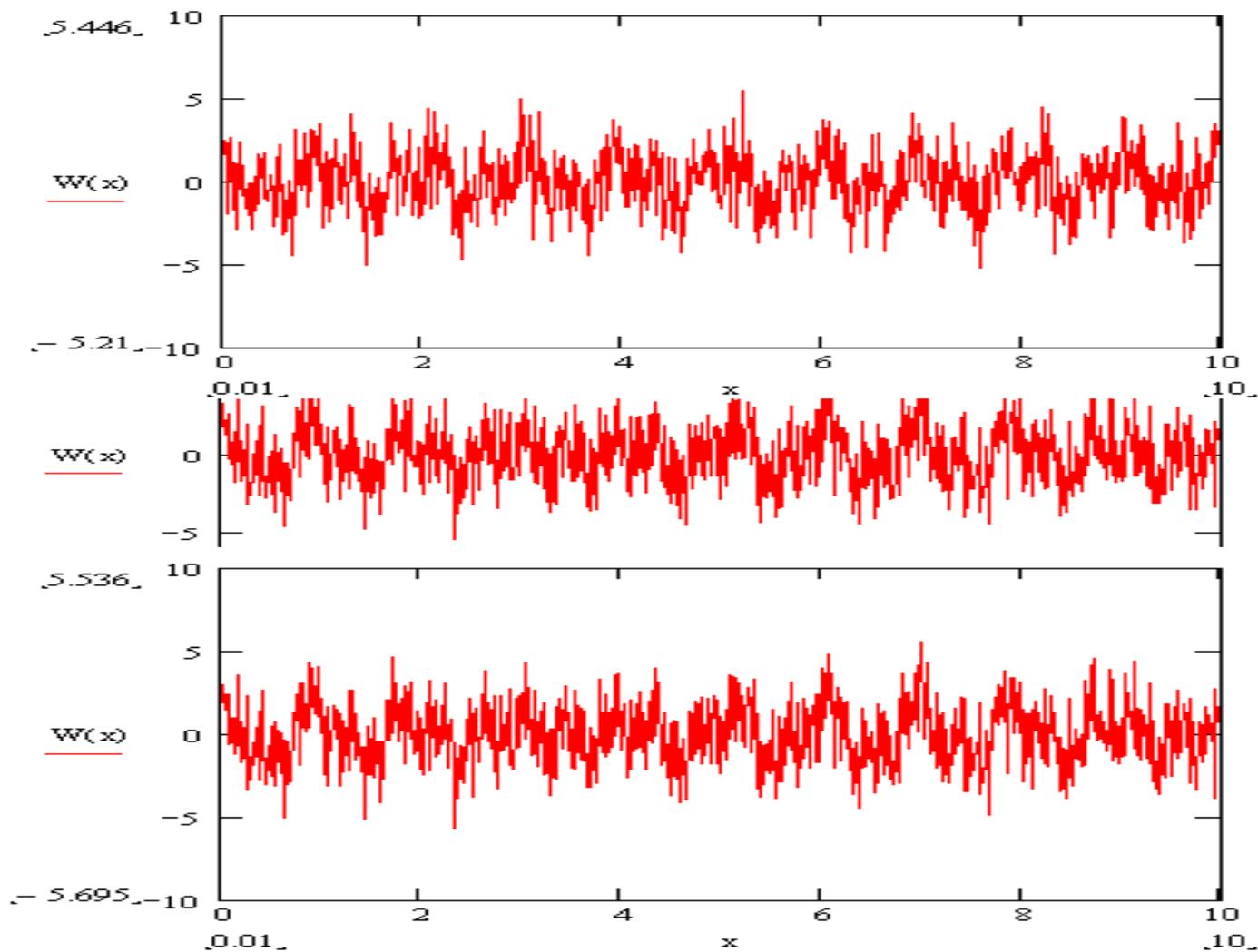


2.2 载荷的不确定性问题

问题：载荷分布如何获得？载荷不确定性如何表征？

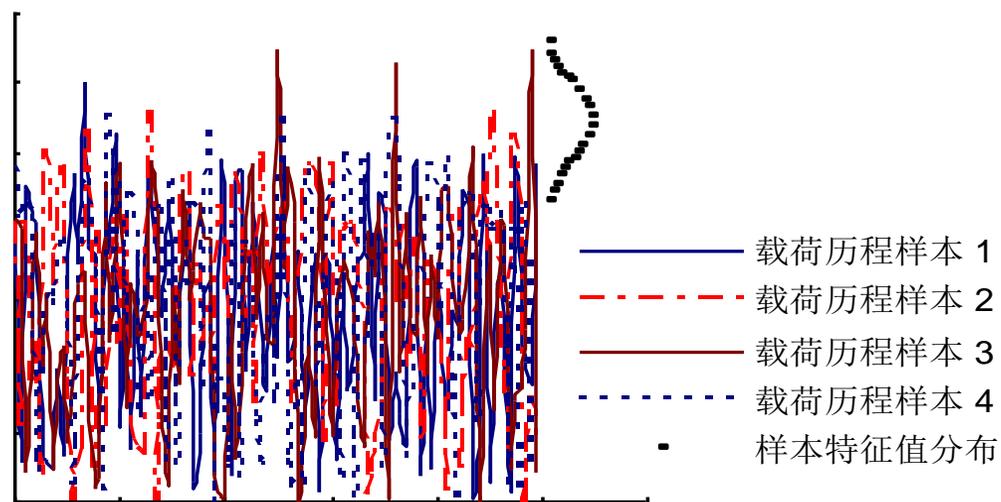
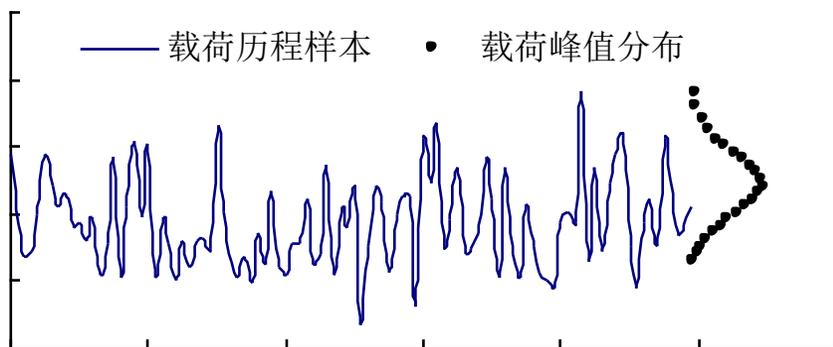


若要计算在风载作用下某风力发电机30年的可靠度，如何得出载荷分布？



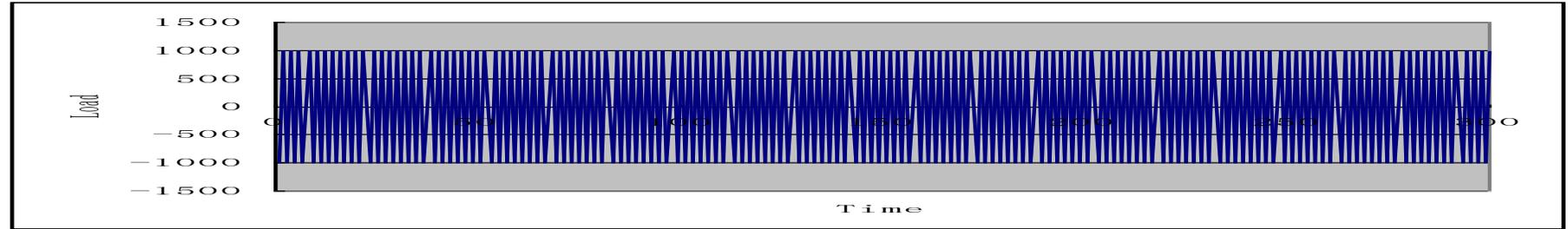
载荷统计

样本	数据							
1	30	31	$\overline{41}$	<u>29</u>	39	36	38	30
2	31	34	<u>23</u>	27	29	32	$\overline{35}$	35
3	<u>26</u>	33	$\overline{35}$	32	34	29	30	34
4	<u>27</u>	33	30	31	31	36	28	$\overline{40}$
5	<u>18</u>	$\overline{39}$	25	32	31	34	27	37
6	<u>22</u>	36	$\overline{42}$	27	33	27	31	31
7	$\overline{39}$	35	32	39	32	27	28	32
8	33	34	32	30	34	$\overline{35}$	33	<u>28</u>
9	32	32	$\overline{37}$	25	33	35	35	<u>19</u>
10	28	32	36	37	<u>17</u>	31	$\overline{42}$	32
11	26	<u>22</u>	32	23	33	$\overline{36}$	36	31
12	36	31	$\overline{45}$	<u>24</u>	30	27	24	27

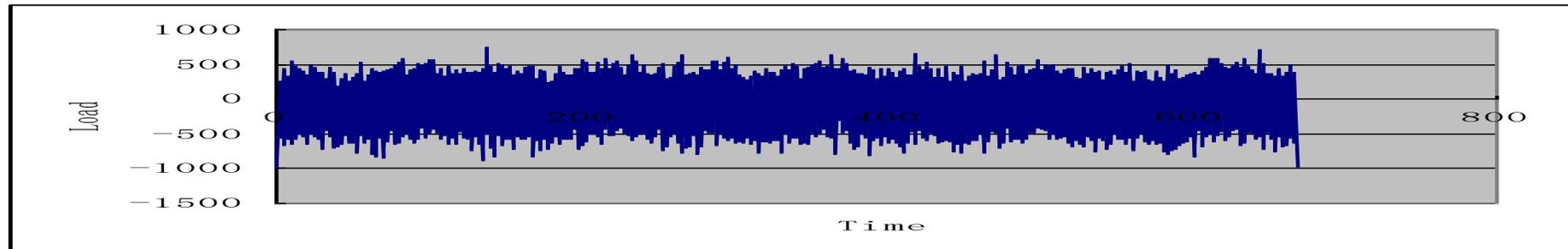


载荷不确定性分解与分层表达

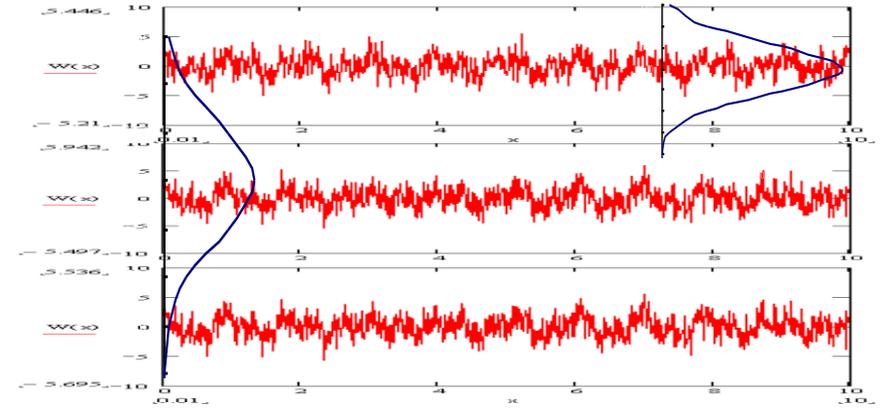
- 如果工作载荷是恒幅循环应力，可以简单地用**载荷幅度的概率分布**表征载荷历程的不确定性。



- **复杂随机载荷历程**。载荷需要用**一个随机过程描述**，而每一个载荷样本是该随机过程的一次实现。



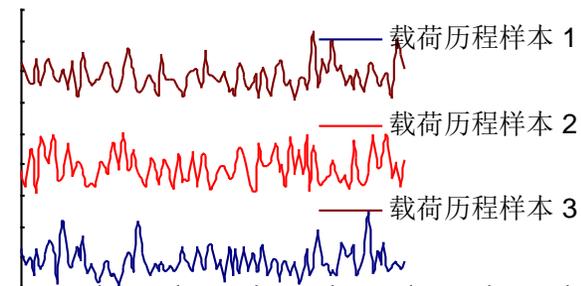
载荷不确定性分解与分层表达



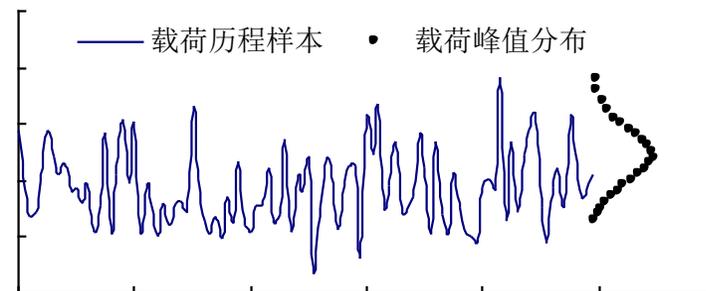
- 为了准确评价结构零部件或系统的可靠性，首先需要完整地描述载荷的不确定性。
- 在随机过程层面上，每一个样本（变幅载载荷-时间历程）都是一个确定的时间函数。但对于失效问题而言，一个载荷历程样本中载荷峰值的分布特性及出现的顺序对损伤累积、强度退化及可靠性都有影响。一个载荷历程样本中峰谷值也有随机性，也需要用随机变量描述。
- 基于可靠性建模的需求，把随机载荷历程的不确定性划分为“**宏观**”层面的不确定性（各载荷历程样本之间的差异）和“**微观**”层面的不确定性（一个复杂载荷样本内各种幅度的载荷大小及出现次序的统计规律），在可靠性模型中分别体现载荷在两个层面上的不确定性效应。

载荷不确定性分解与分层表达

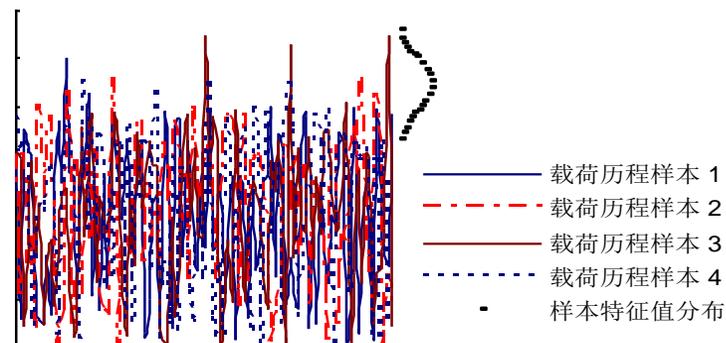
- 在概率框架下，复杂载荷历程的不确定性首先表现在样本之间的“宏观”差异。产生宏观差异的原因包括产品个体自身对外载荷响应的差异，以及服役环境的不确定性等。



- “载荷历程样本的宏观特征”表达的是其总体强烈程度，用一个特征量 L ，例如一个载荷历程中的最大峰值或平均峰值表示。这样，载荷历程样本的统计规律就可以用该特征量的概率密度函数 $h(L)$ 表征。



- 一个产品个体所经历的载荷历程中，不同大小的峰值也服从统计规律，这种微观层面上的不确定性用 $g(s)$ 表示。一个载荷历程样本中，载荷峰值出现的次数，即载荷作用次数也是随机变量（离散型随机变量），用概率质量函数 q 表示。

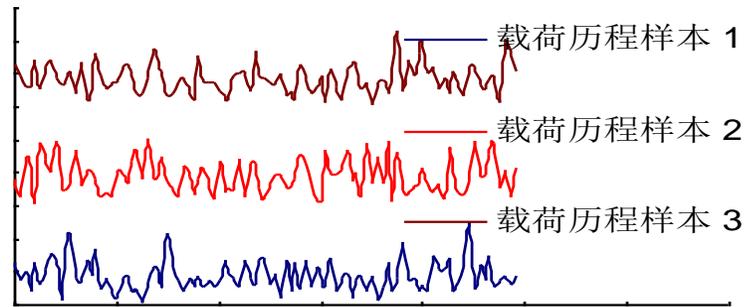
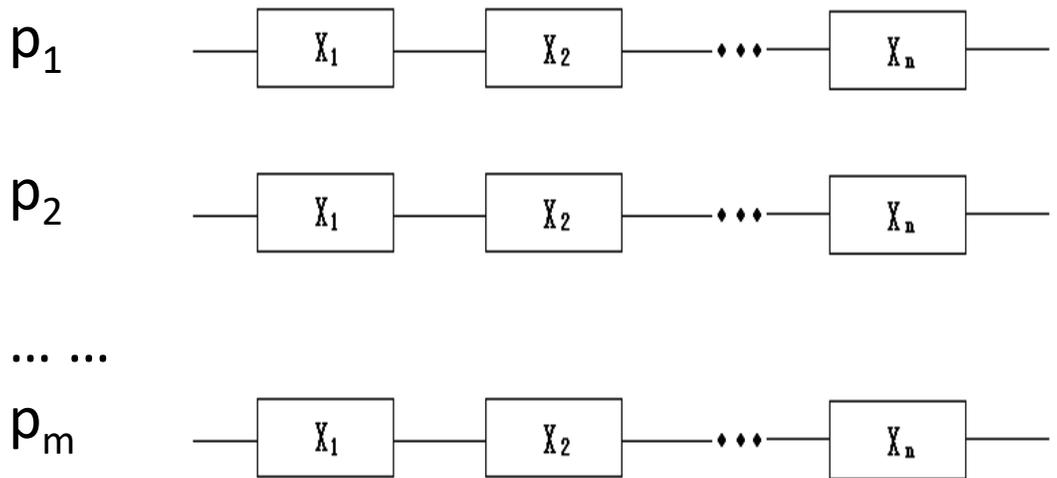


全概率计算原理

$$R_S(L_j) = \prod_{i=1}^m R_i(L_j)$$

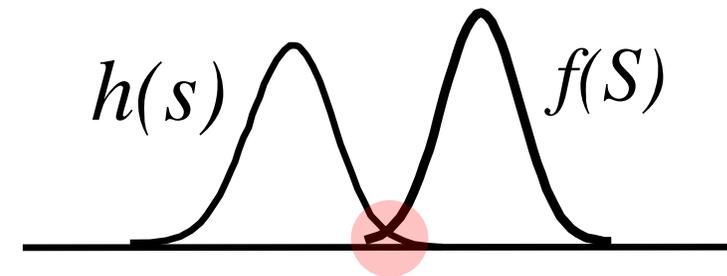
$$R_S = \sum p_j R_S(L_j)$$

$$= \sum p_j \prod R_i(L_j)$$



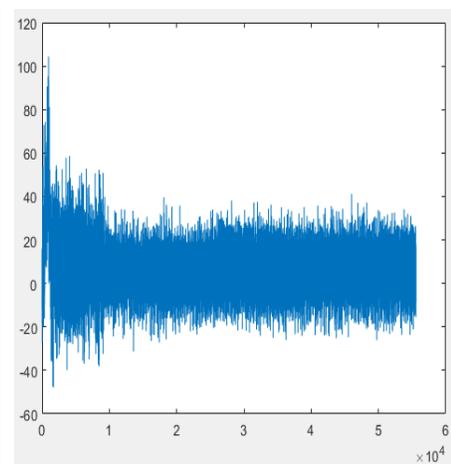
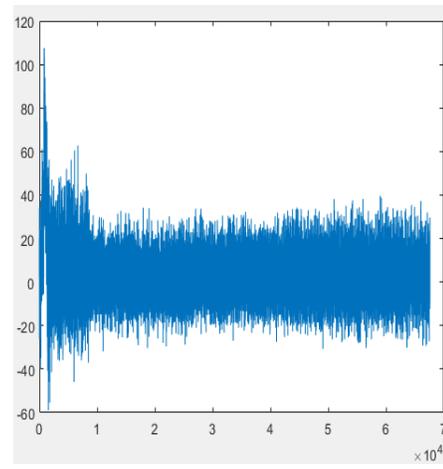
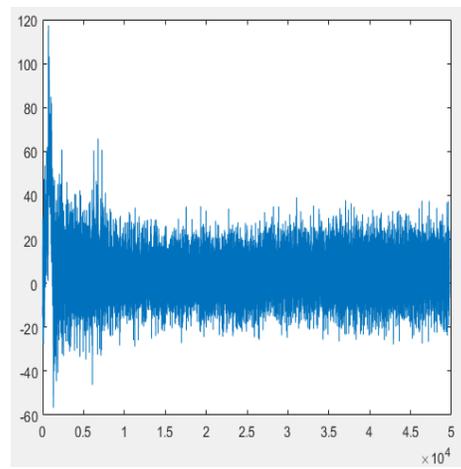
III 零件可靠性建模

- 应力-强度干涉模型：

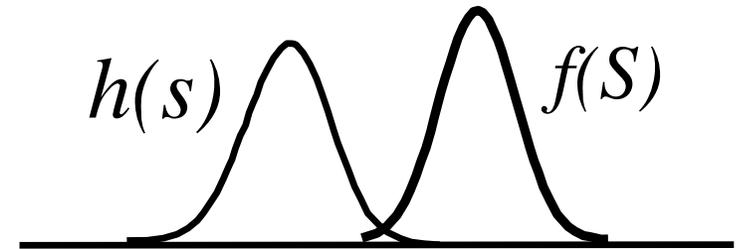


- A. M. Freudenthal 于1947年提出了著名的应力-强度干涉模型。
- **基本思想**是，应力和强度均为随机变量，这两个随机变量一般有“干涉”区存在。分别用 $h(s)$ 和 $f(S)$ 表示它们的概率密度函数，借助于应力-强度干涉分析，可以得出如下形式的零件的可靠度 R 的计算公式：

$$R = \int_0^{\infty} h(s) \left[\int_s^{\infty} f(S) dS \right] ds$$

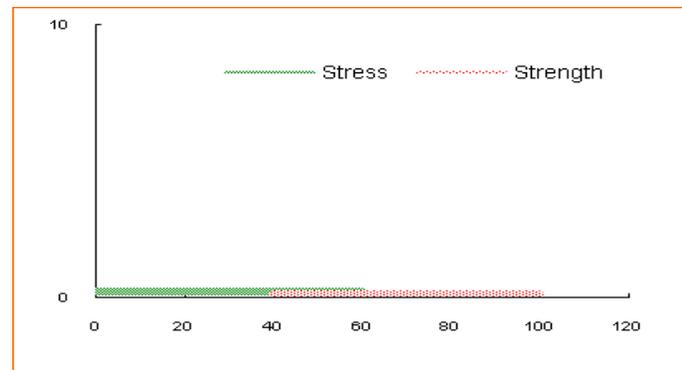
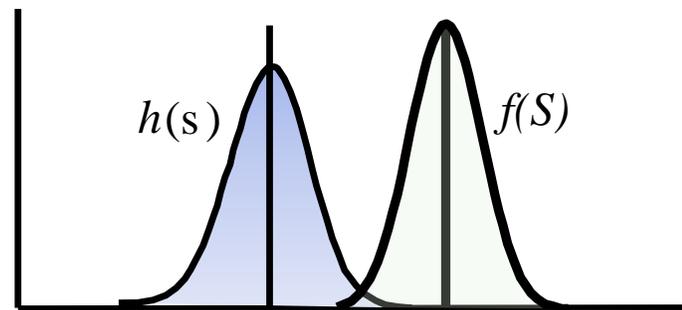


- 应力分布: $h(s)$?
- 强度分布: $f(S)$?



$$R = \int_0^{\infty} h(s) \left[\int_s^{\infty} f(S) dS \right] ds$$

3.1 应力-强度干涉基本模型



- 1. 基本概念
- 产品是否失效决定于强度和应力的关系
- 强度大于应力 = 正常工作；强度 < 应力 = 失效
- 零件在规定的条件下和规定的时间内能够承载，必须满足以下条件

$$S > s$$

或

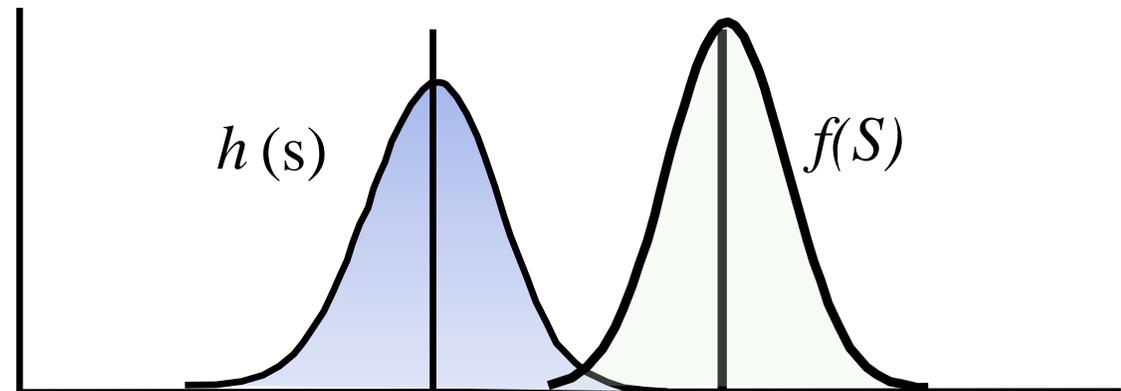
$$S - s > 0$$

(2-1)

- 根据可靠度的定义，
- 可靠度等于强度大于应力的概率：

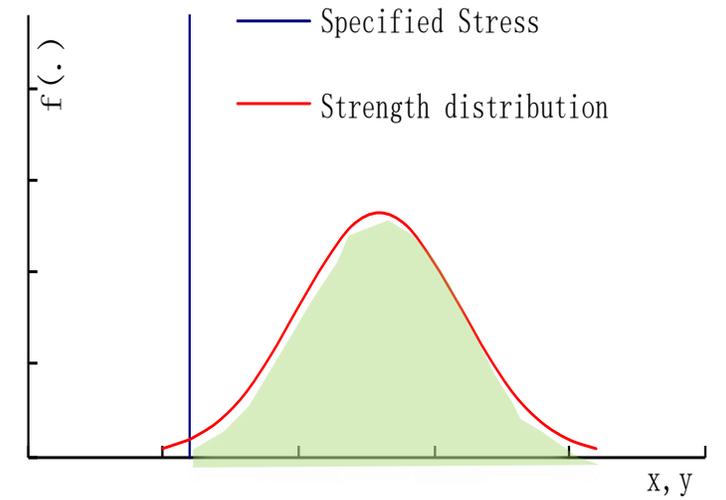
$$R(t) = P(S(t) > s(t)) = P(S(t) - s(t) > 0)$$

$$R = \int_0^{\infty} h(s) \left[\int_s^{\infty} f(S) dS \right] ds$$



可靠度通用表达式

- 可靠度 = 不失效的概率
- 考虑一个指定的应力 s_i 。
- 在应力为 s_i 的条件下不失效的概率，即强度大于该应力的概率为



$$P(S > s | s = s_i) = P(S > s_i) = \int_{s_i}^{\infty} f(S) dS$$

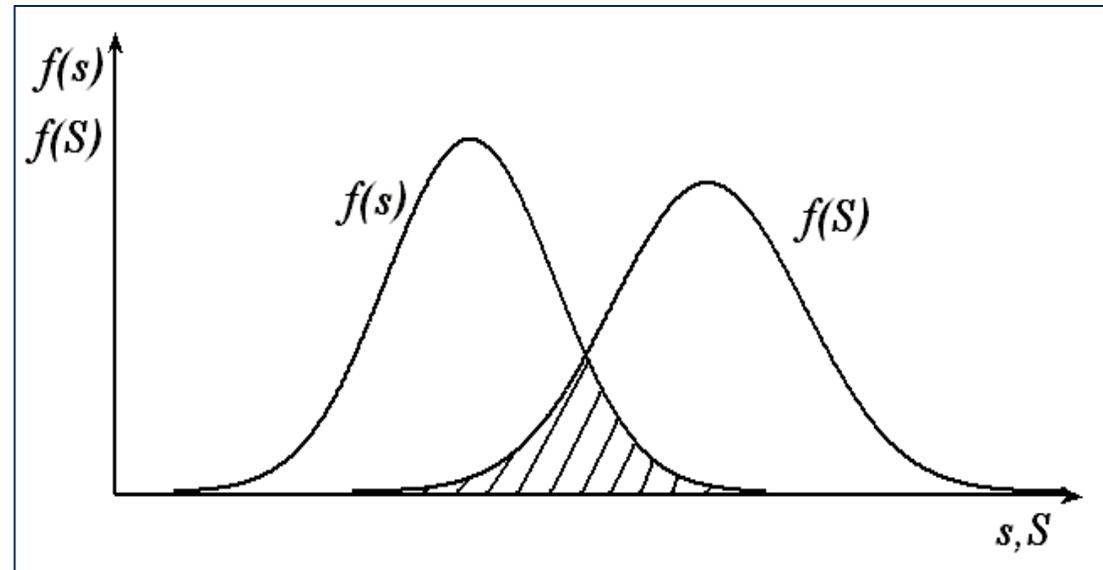
应用全概率公式,

$$P(B) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(B | X = x) f(x) dx$$

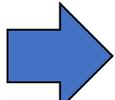
$$P(S > s | s = s_i) = P(S > s_i) = \int_{s_i}^{\infty} f(S) dS$$

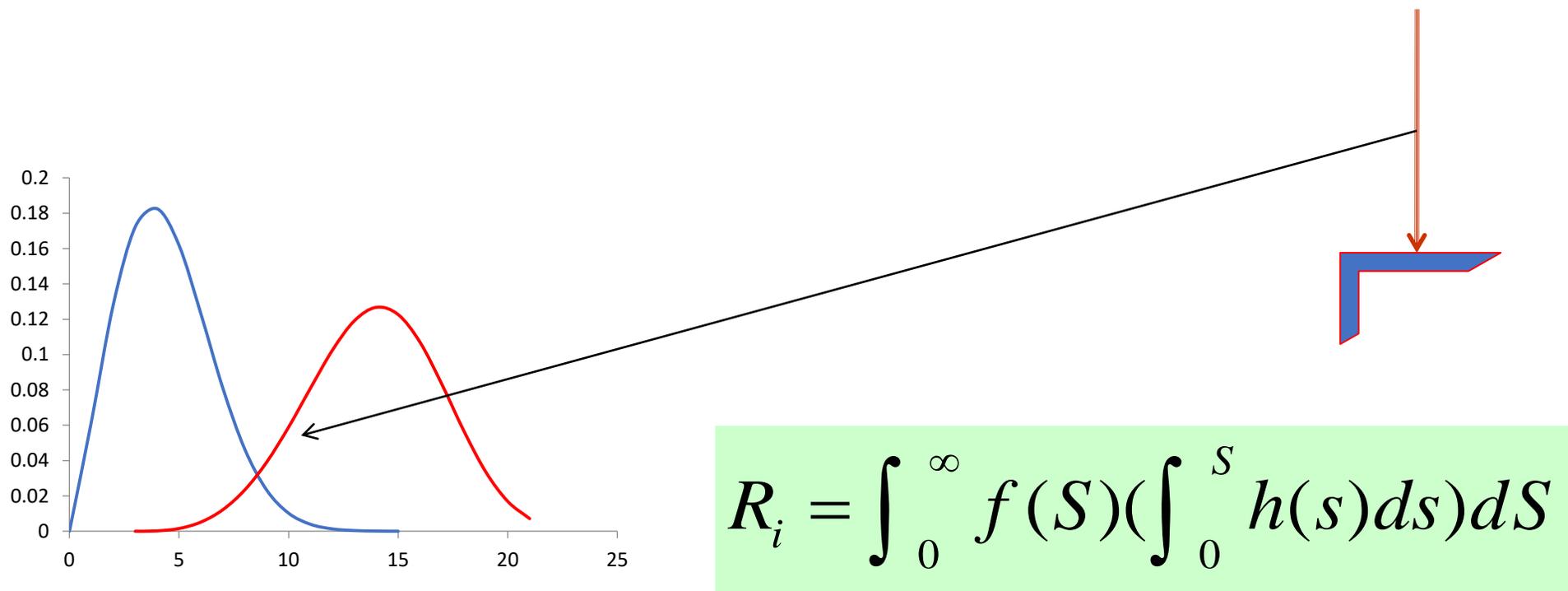
$$R = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_s^{\infty} f(S) dS \right] \cdot h(s) ds$$

(2-2)



3.2 载荷一次作用/多次作用

——载荷一次作用  可靠度=P (载荷<强度)

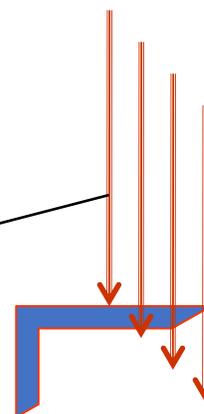
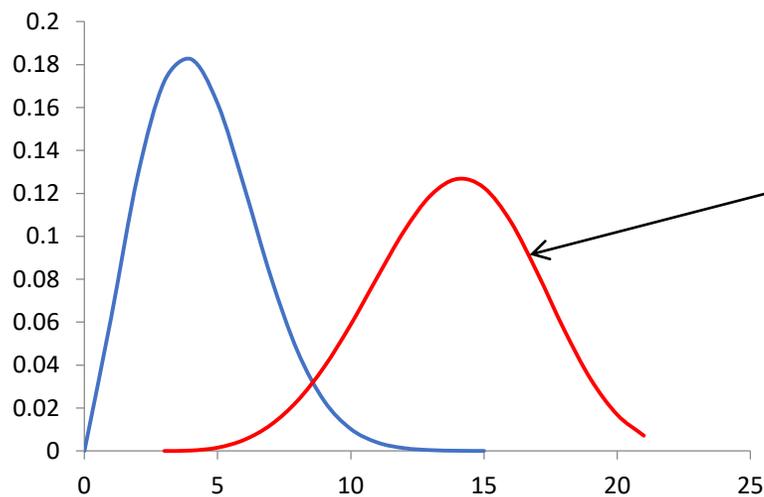


3.2 载荷一次作用/多次作用

——载荷多次作用

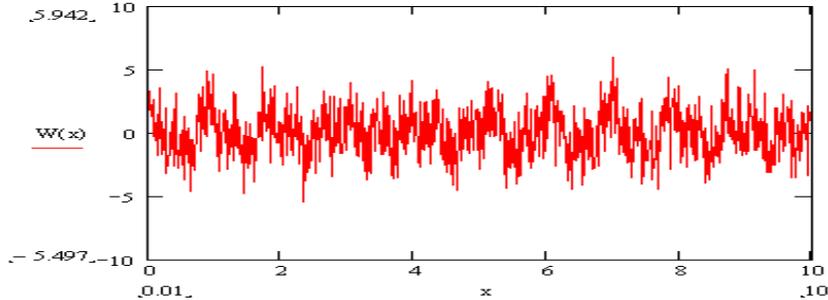
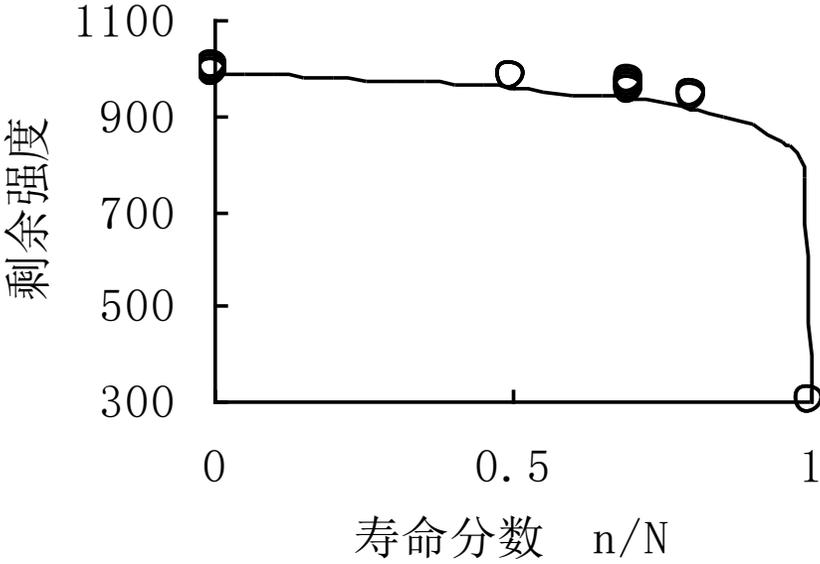
$$R_i(n) \neq R_i(1)^n$$

➔ 可靠度=P(每一次载荷<强度)

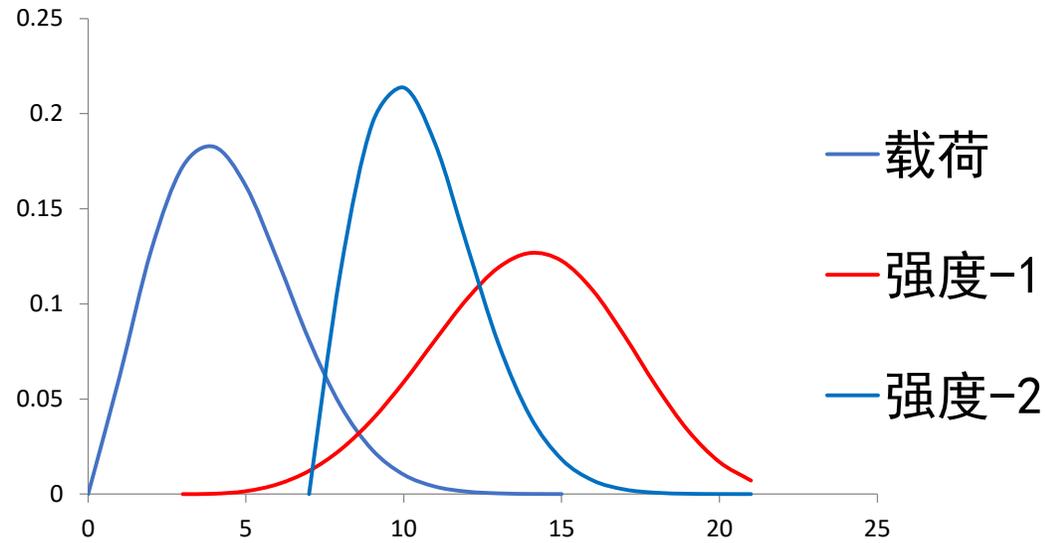


$$R_i(n) = \int_0^{\infty} f(S) \left(\int_0^S h(s) ds \right)^n dS$$

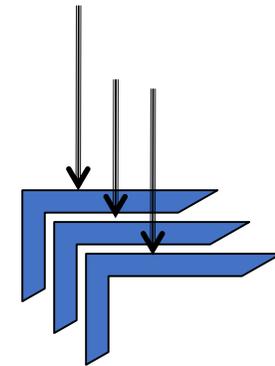
3.3 强度退化



载荷多次作用 VS 强度退化

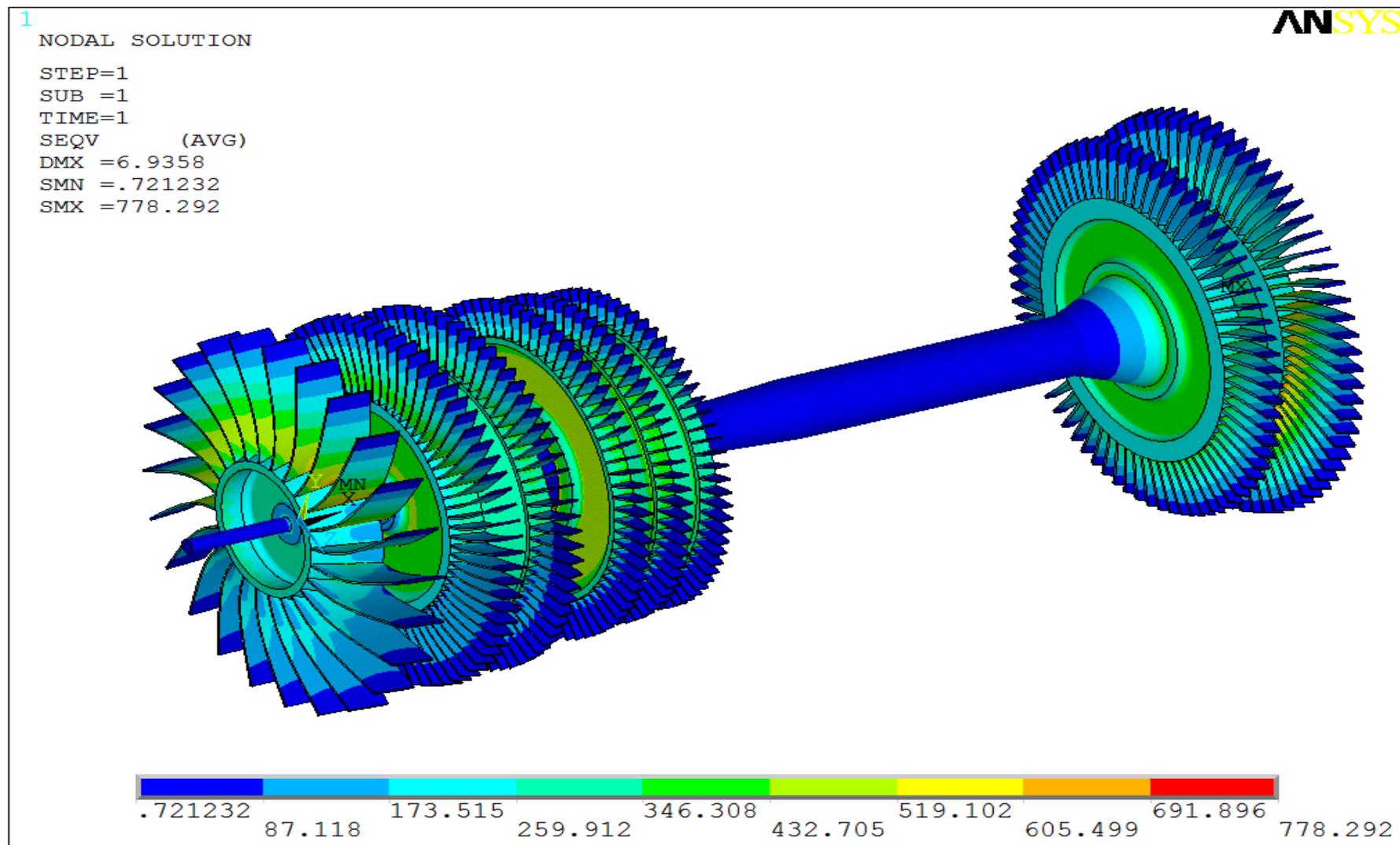


$$R_i(n) = \int_0^{\infty} f(S) \prod_{i=1}^n \left(\int_0^{S^{(i)}} g(s) ds \right) dS$$

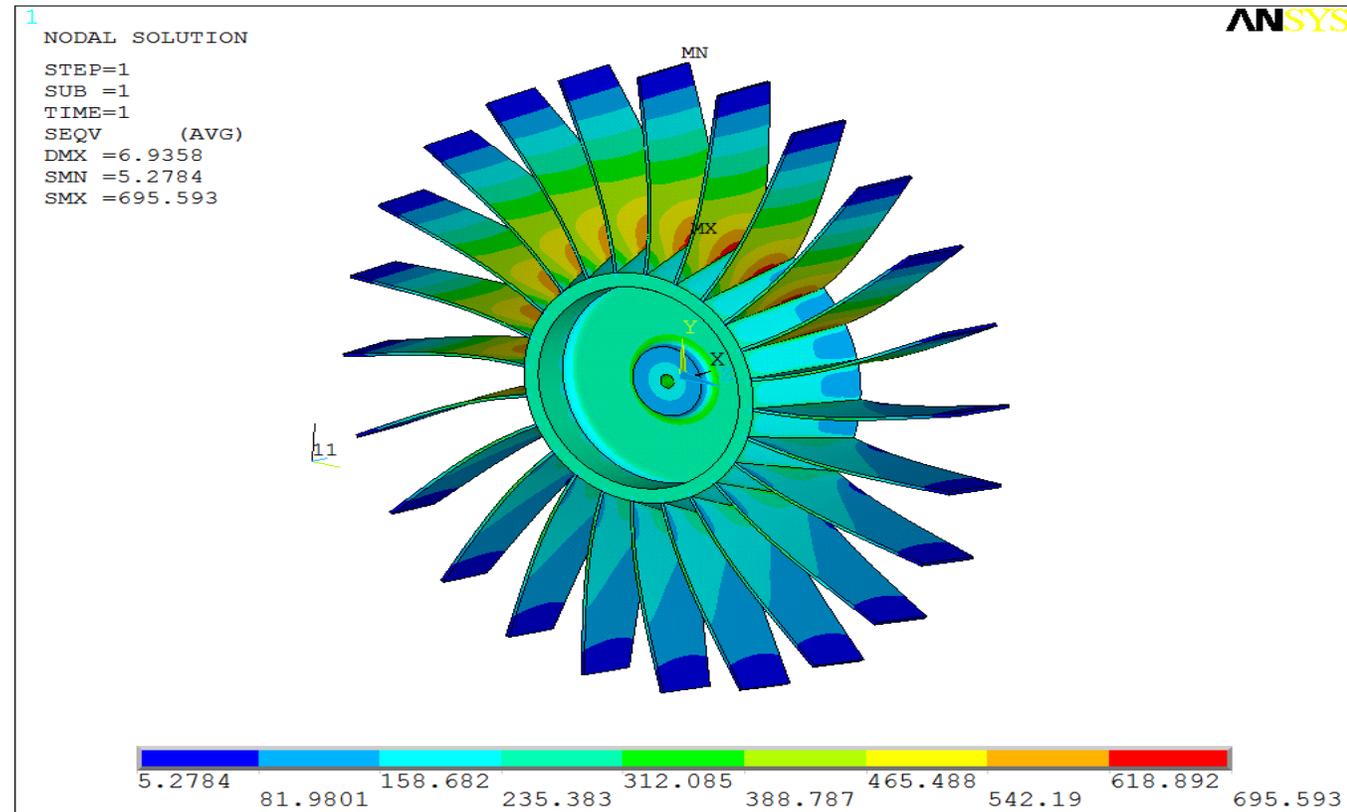


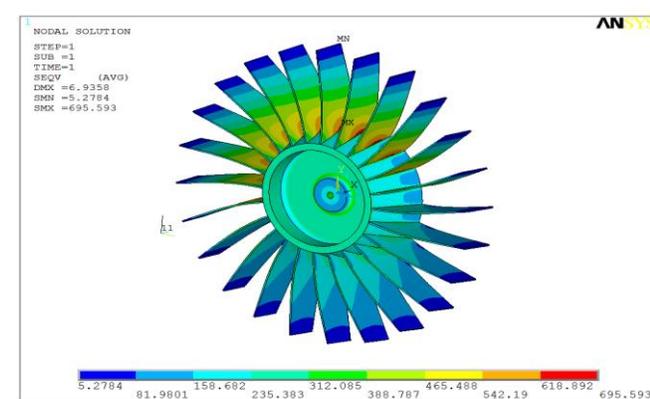
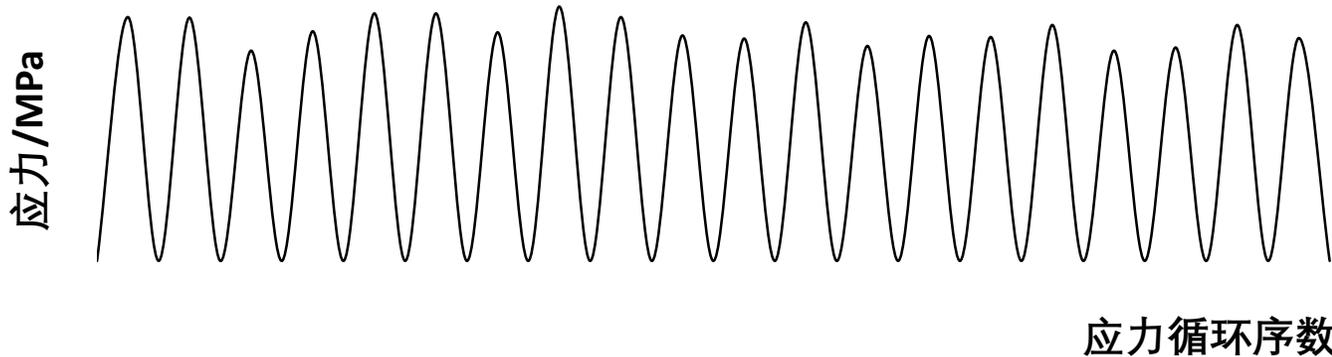
IV 工程实际中的可靠性问题

一、航空发动机转子概率寿命与可靠性



应力分析：图示为第一级低压压气机应力分布情况。根据有限元分析计算结果，仅把叶片根部作为危险部位，应力水平为659.6MPa。



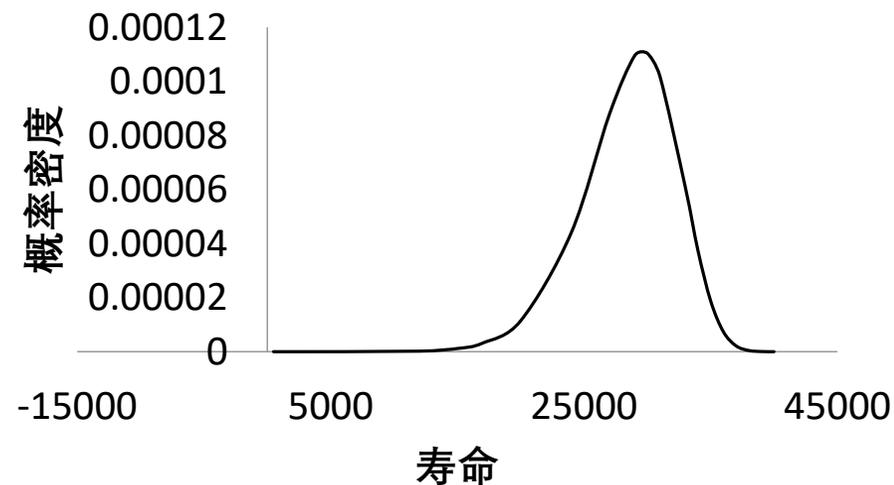


- 该级压气机上共有24个叶片，因而可以看作是由24个零件构成的串联系统。
- 假设其应力历程为由最小值为0，最大值为在500~659.6之间均匀分布的随机变量，

其最大应力循环的幅值为659.6MPa。

- 材料的中值S-N曲线方程：

$$s_a = 1200 \times (2\bar{N})^{-0.08}$$



指定应力水平下的寿命服从两参数Weibull分布，且其形状参数与应力水平无关。在基准应力水平（500 MPa）下，寿命服从形状参数为9.0，尺度参数为30000的Weibull分布，即概率密度函数为

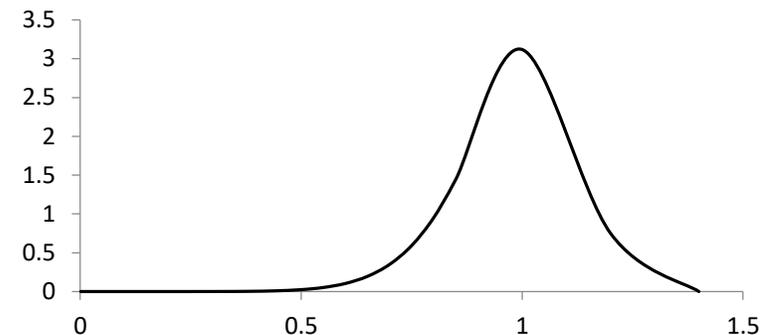
$$f(n_B) = \frac{9n_B^8}{30000^8} e^{-\left(\frac{n_B}{30000}\right)^9}$$

对应于基准应力水平的循环应力作用下疲劳寿命中值为

$$30000 \times (\ln 2)^{1/9} = 28802.8$$

临界累积损伤的概率密度函数为

$$f(\delta) = \frac{9 \times 28802.8^9 \delta^8}{30000^9} e^{-\left(\frac{28802.8\delta}{30000}\right)^9}$$



根据一个损伤部位的失效概率计算式及含24个失效部位的零件（串联系统）的失效概率计算式，可以得到载荷循环次数与失效概率之间的关系，如图所示。

$$R(n^*) = \sum_{i=1}^L p_i \prod_{j=1}^m e^{-\left(\frac{\bar{N}_B^j \sum_{k=1}^{n_i} \frac{1}{\bar{N}_{i,k}^j}}{n_j}\right)^{\beta_j}}$$

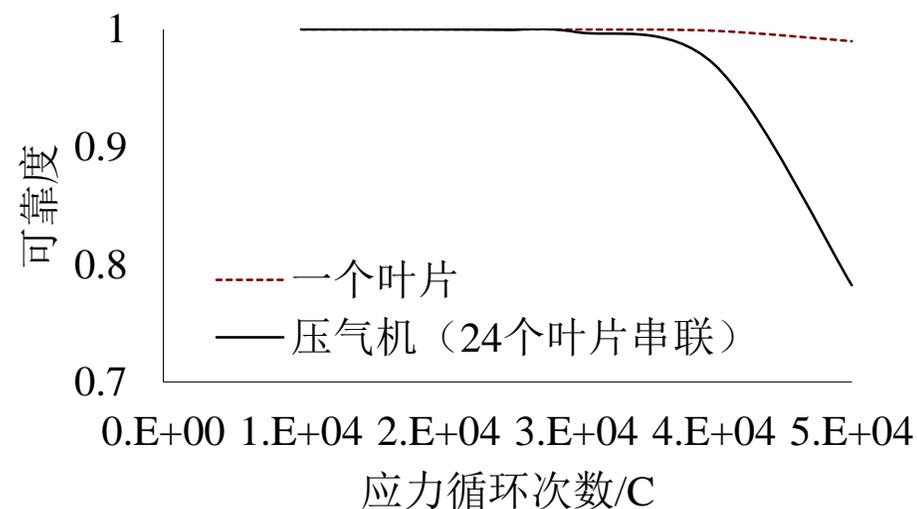
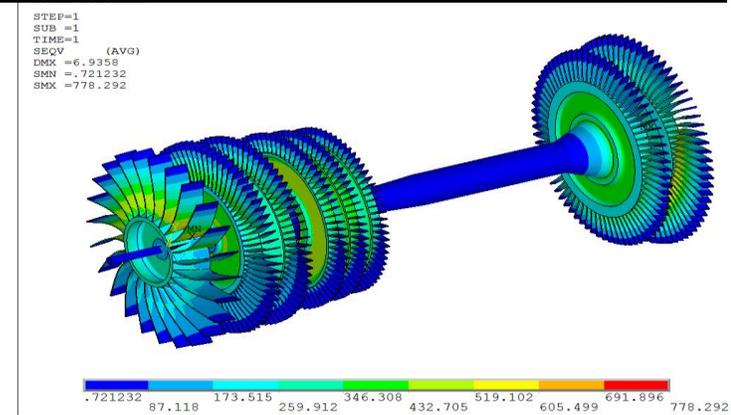
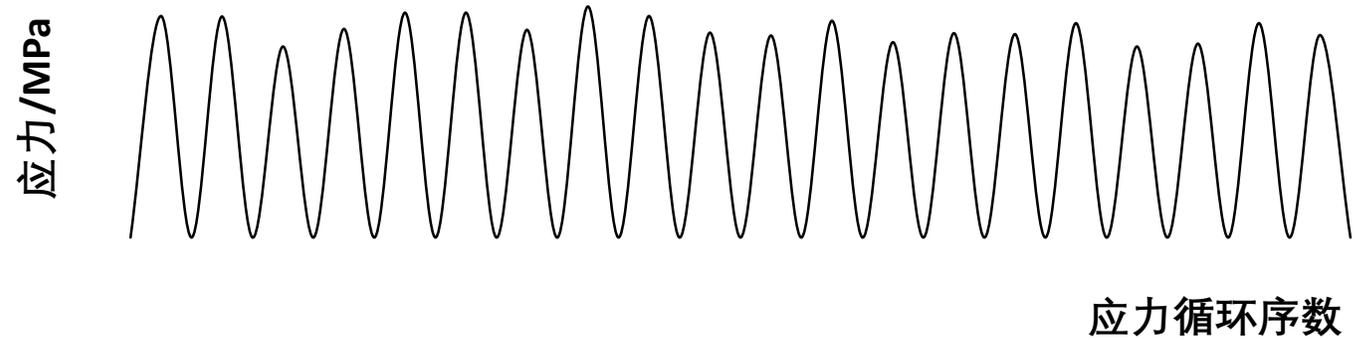


图 压气机载荷循环次数与失效概率之间的关系

图为航空发动机转子应力分布情况。根据有限元分析计算结果，各关键部位的应力水平如表所示。

	低压压气机			高压压气机			低压	高压
	1级	2级	3级	1级	2级	3级	涡轮	涡轮
最大应力 (MPa)	695.593	581.559	650.674	519.495	551.192	470.911	778.292	584.166
最大应力位置	叶片根部	叶片根部	轮盘根部倒角	轮盘根部倒角	轮盘根部倒角	轮盘根部	轮盘根部	轮盘根部

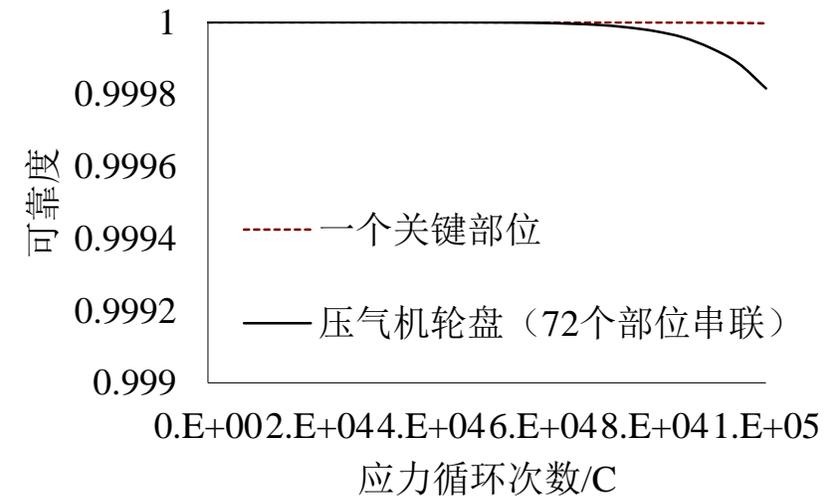
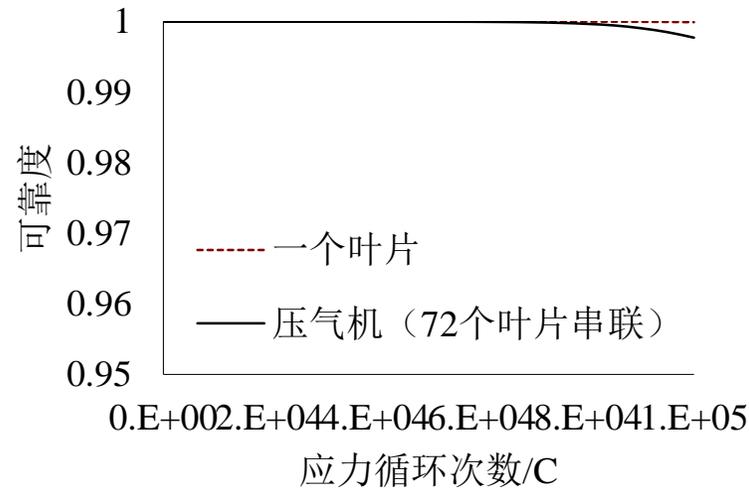
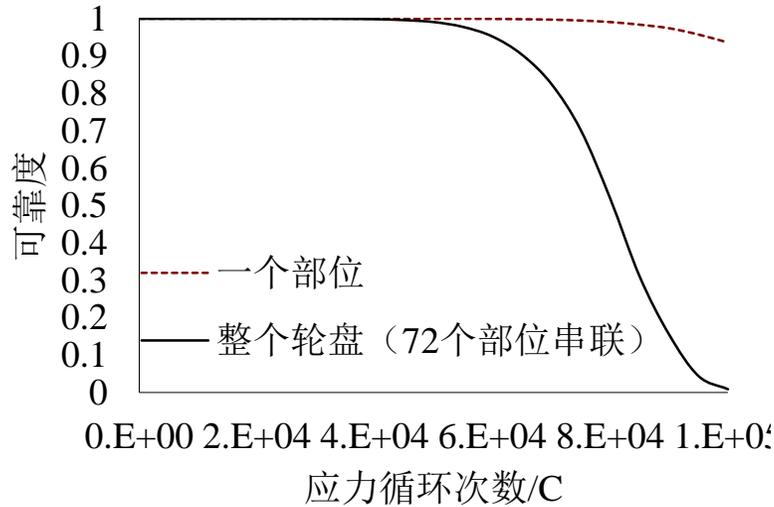




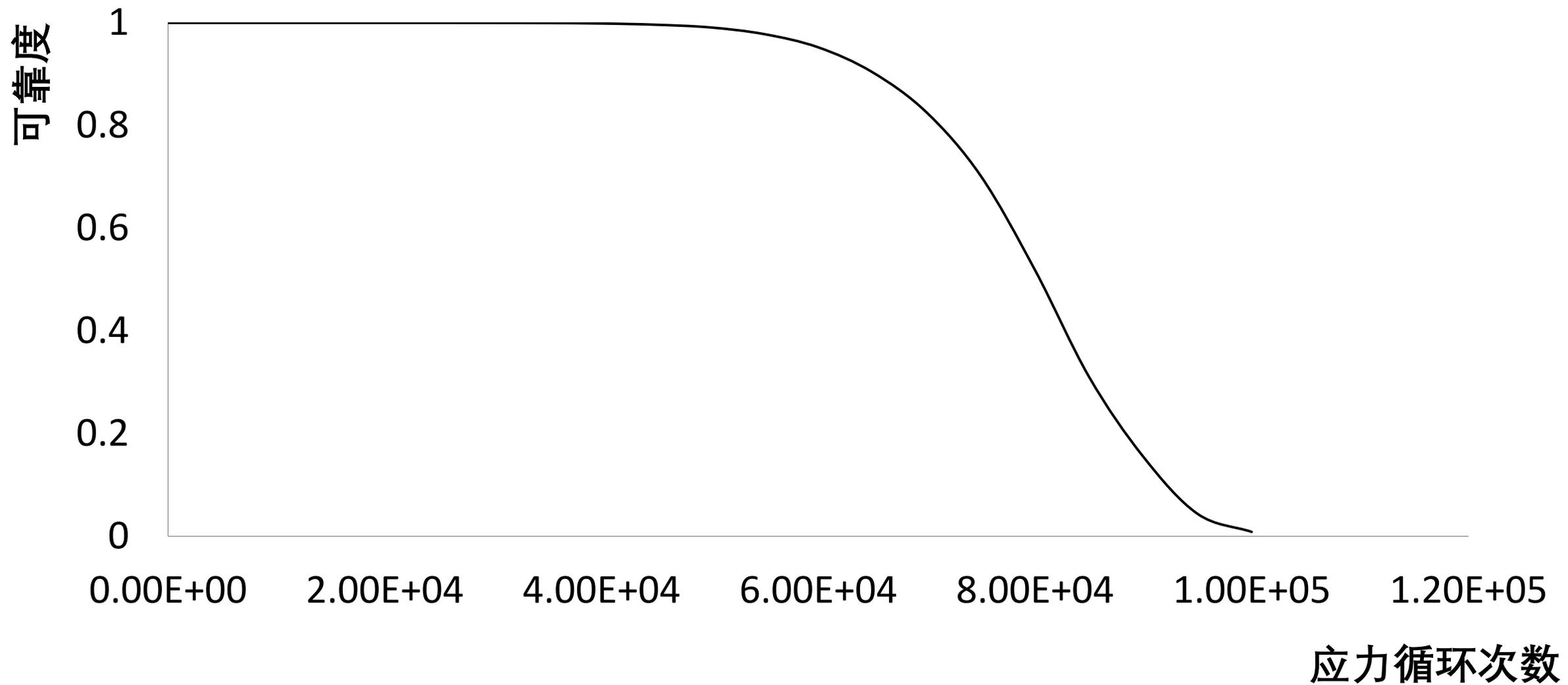
第一级压气机上的叶片数为24，其它各级压气机及涡轮上的叶片数量均为72，因而可以看作是由 $24+72*7$ 个零件构成的串联系统，其中包含等8个子系统，分别为1~3级低压压气机、1~3级高压压气机、低压涡轮和高压涡轮。

各子系统上各零件的应力历程为由如图所示的载荷块类似的载荷块构成，各级压气机及涡轮叶片上的最大应力循环的幅值分别为分布在500~659.6、500~581.6、500~650.7、500~519.5、500~551.2、500~470.9、500~778.3、500~584.2MPa上的均匀分布随机变量。

根据一个损伤部位的失效概率计算式及含多个失效部位的零件（串联系统）的失效概率计算式，可以得到载荷循环次数与可靠度之间的关系，如图所示。



转子的可靠度与寿命（应力循环次数）关系：



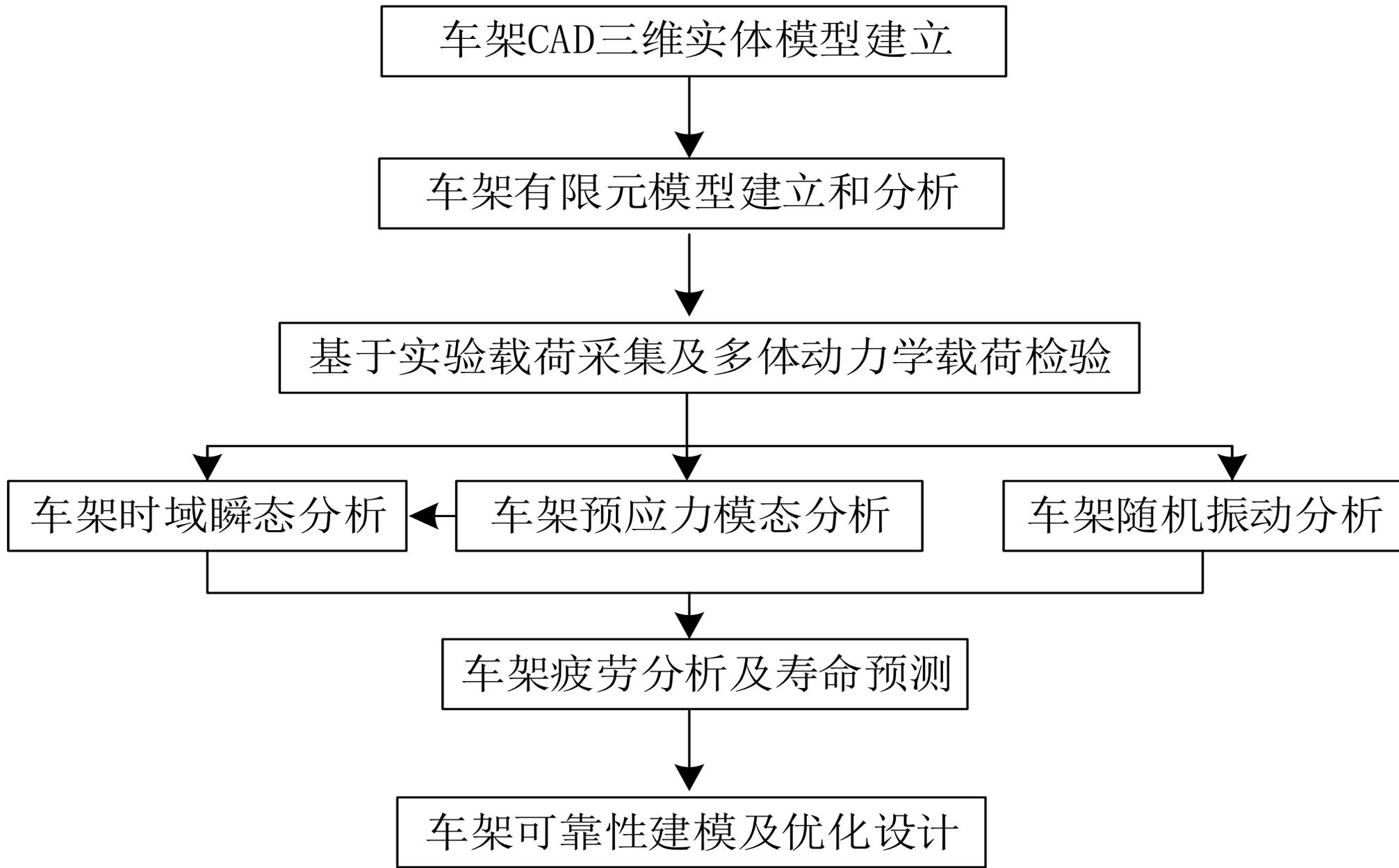
二、车架及支架随机疲劳分析及车架 可靠性分析优化方法研究

问题概要

板簧支架、平衡悬架大支架、脚踏板、前挡泥板、油箱支架、车架总成随机（振动）疲劳分析方法（目前大多基于静态分析方法，没有考虑频率的影响——基于模态动力学分析方法）。

车架总成系统可靠性分析方法（目前方法只考察一个最危险部位的概率疲劳寿命问题——应用系统可靠性建模方法，建立多部件损伤结构的概率寿命预测模型）。

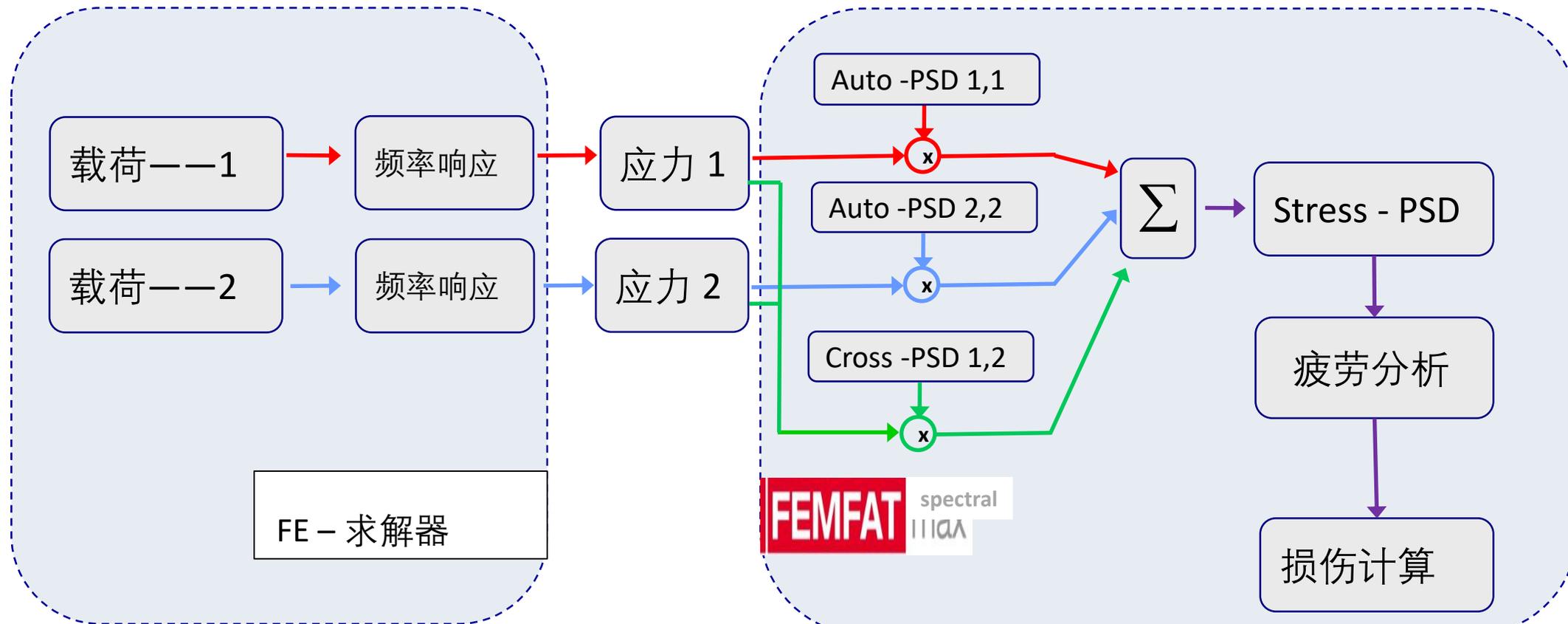
车架总成可靠性分析（开展基于150万公里可靠性设计指标的车架可靠性分析）。



主要研究内容

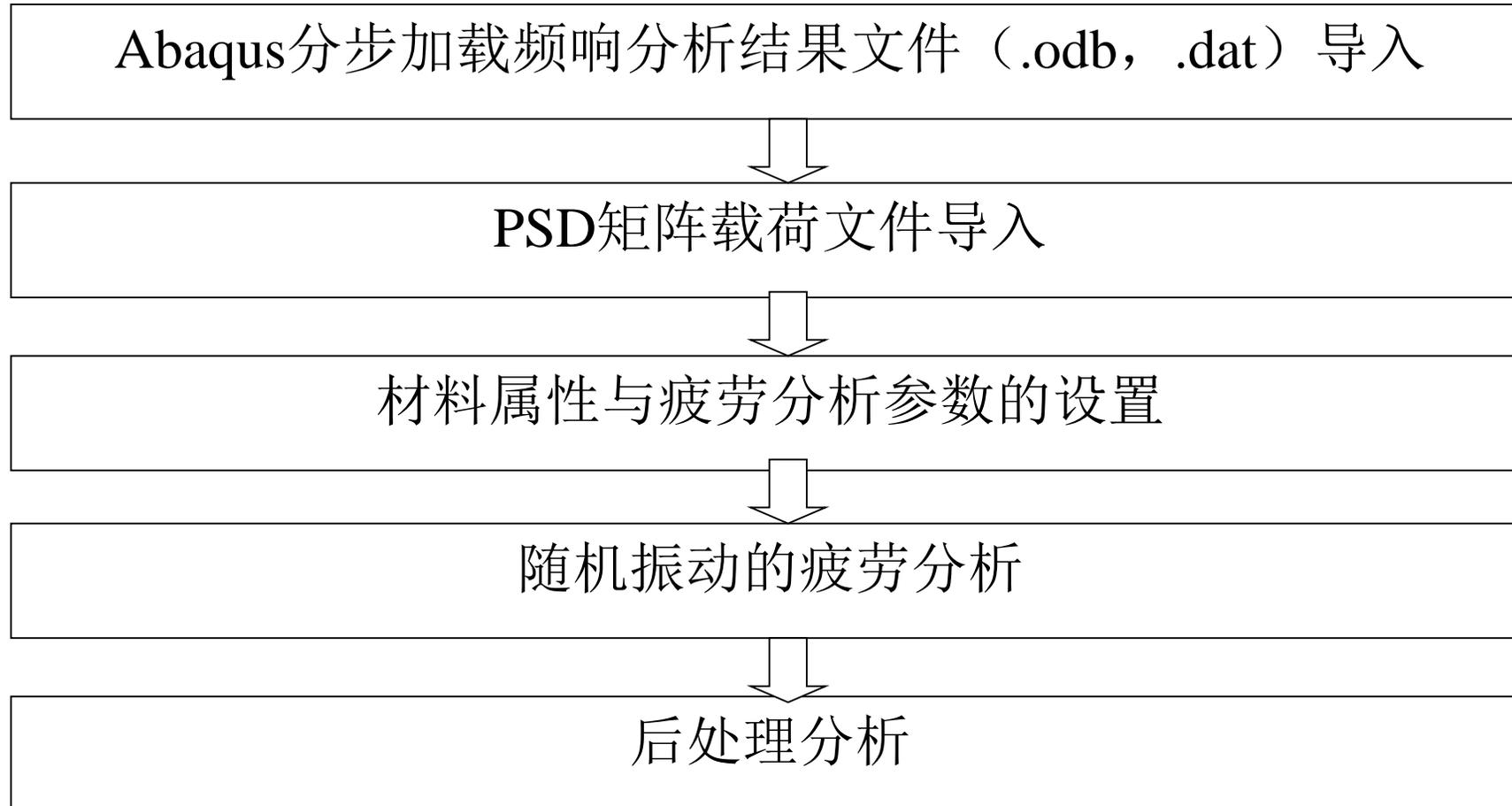
1.车架总成随机疲劳分析

1.1 随机疲劳分析方法

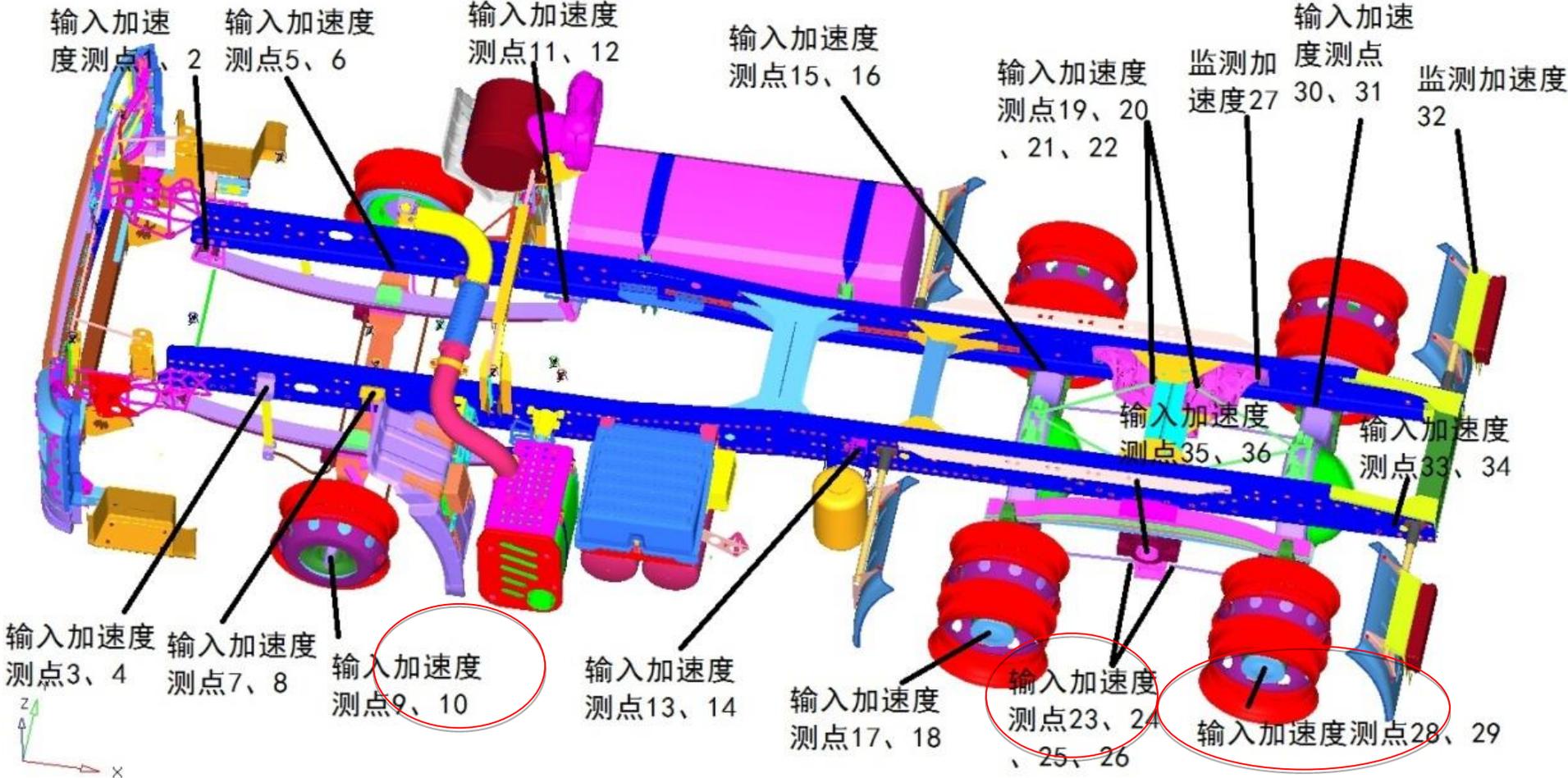


1.2 车架随机疲劳分析过程

FEMFAT 疲劳分析步骤



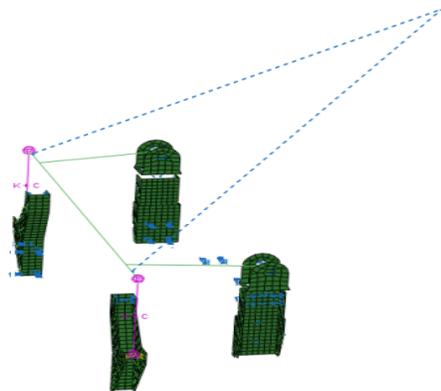
车架疲劳分析模型与载荷



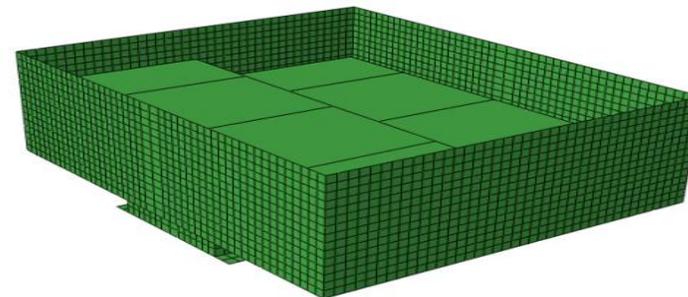
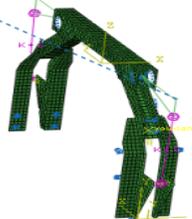
车架加速度测点输入情况：共6个测试输入点，位于三个轴头位置（测点9、10、17、18、28、29），每个测点各有X、Y、Z方向的3个通道，共计18个通道。

车架有限元建模

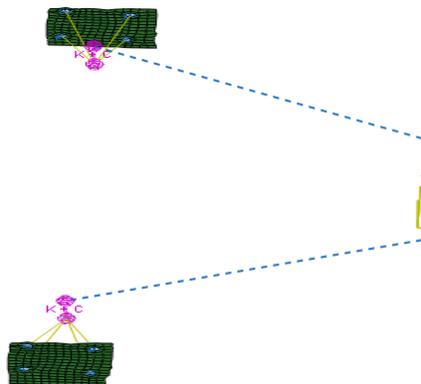
驾驶室等效：



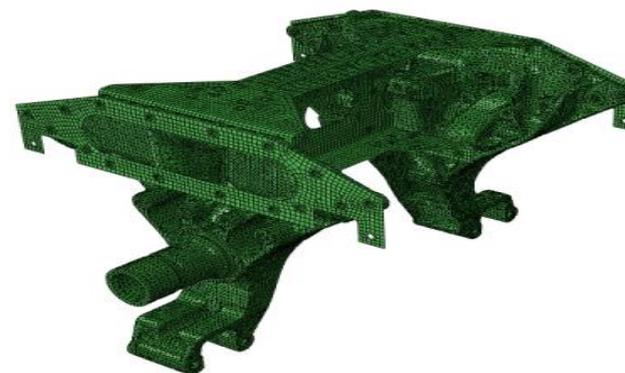
安载箱：



动力总成等效：



平衡悬架大支架：

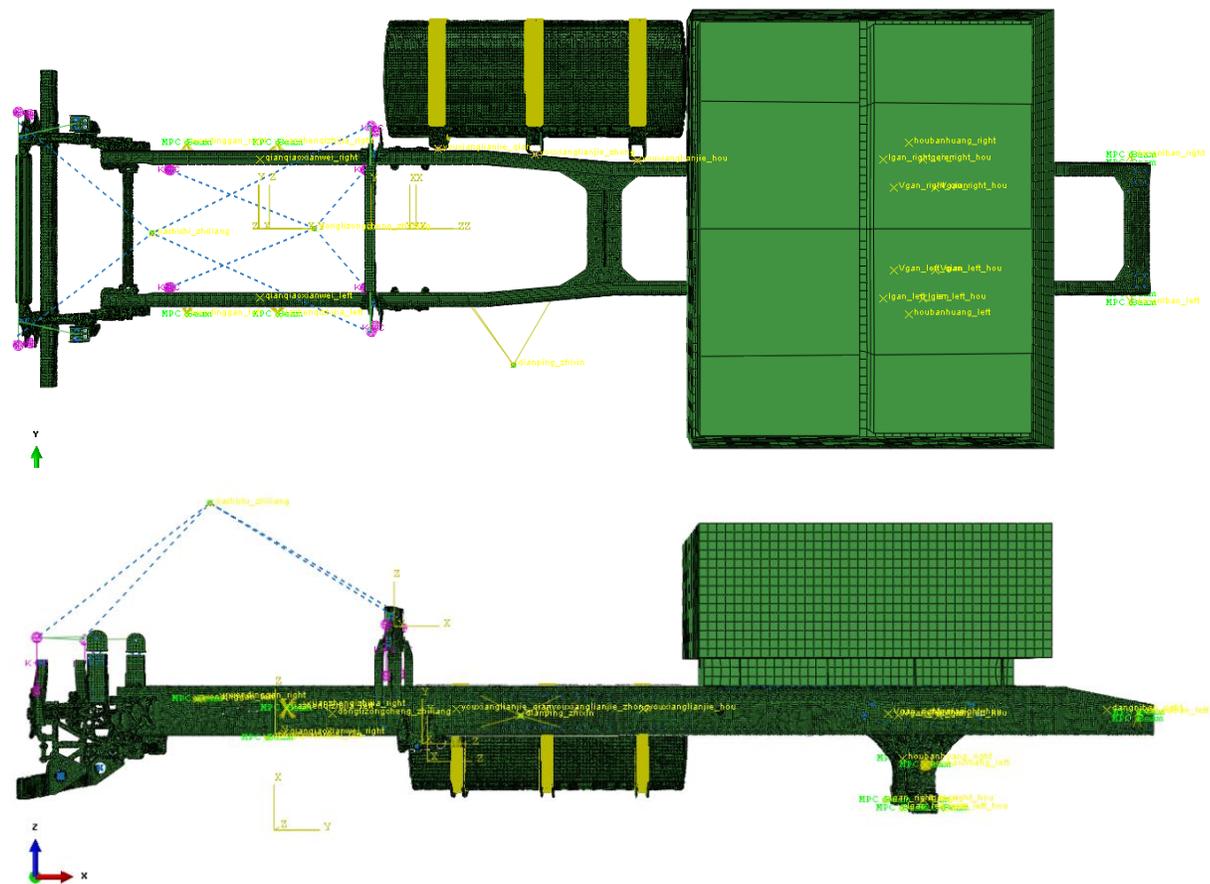


油箱：



车架有限元建模

整个车架模型的网格划分：
车架有限元模型的单元总数为3179365，
节点总数为1764456。



车架模态分析

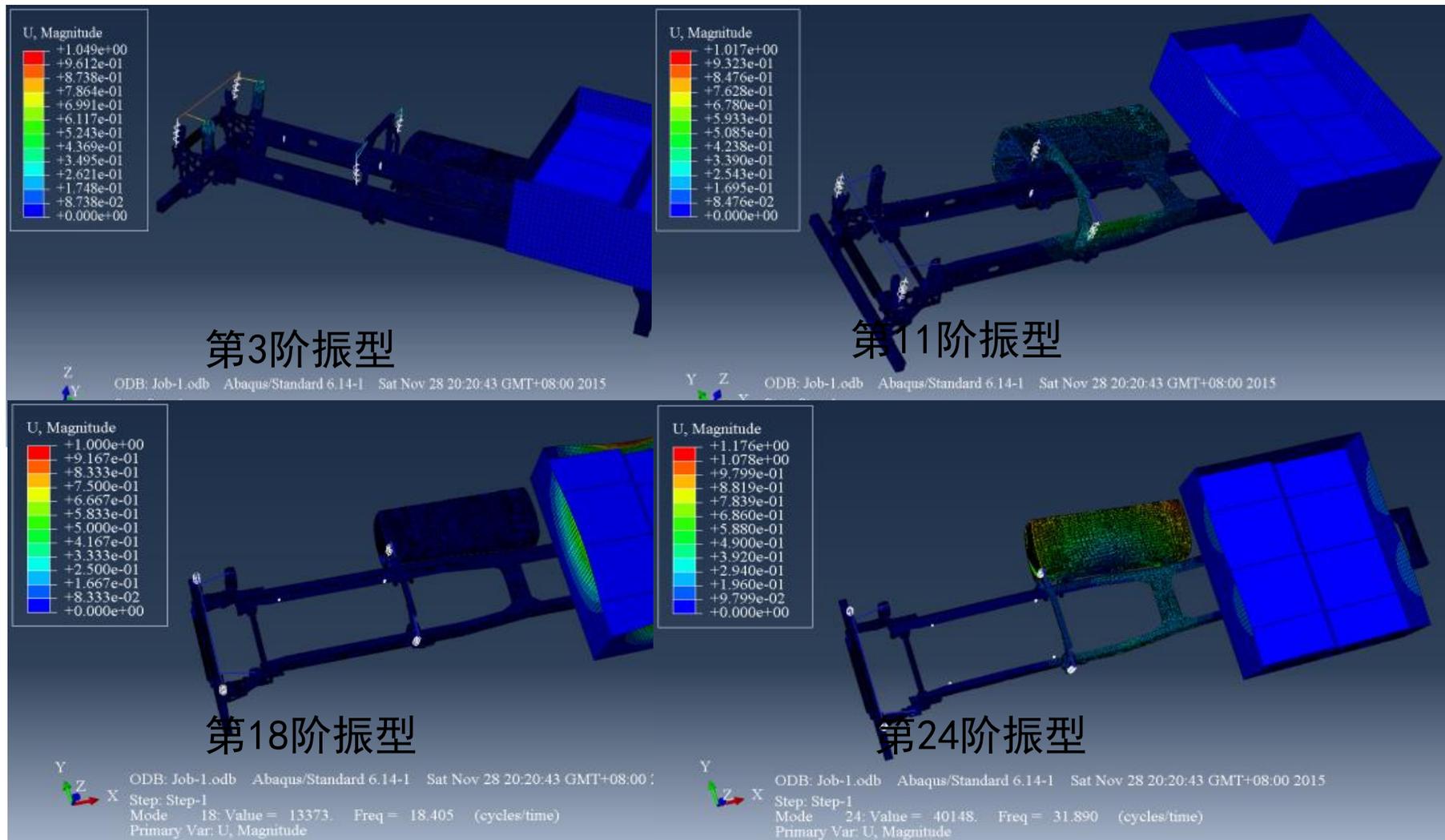
车架模态求解

建立预应力分析步，打开非线性控制开关，施加对应约束边界条件，设定模态分析的频率范围为1-150Hz，经过计算获得了车架的固有频率及振型。

阶次	频率/Hz	阶次	频率/Hz	阶次	频率/Hz
1	1.53	10	10.32	21	27.20
2	3.84	11	12.70	22	28.67
3	5.13	12	14.04	23	29.82
4	6.53	13	14.98	24	31.89
5	6.61	14	16.17	25	33.58
6	7.23	15	16.55	26	34.50
7	8.06	16	16.98	27	36.45
8	9.55	17	17.75	28	40.23
9	9.88	18	18.41	29	40.70
10	10.32	19	18.67	30	43.14

车架模态分析

典型阶次振型为：

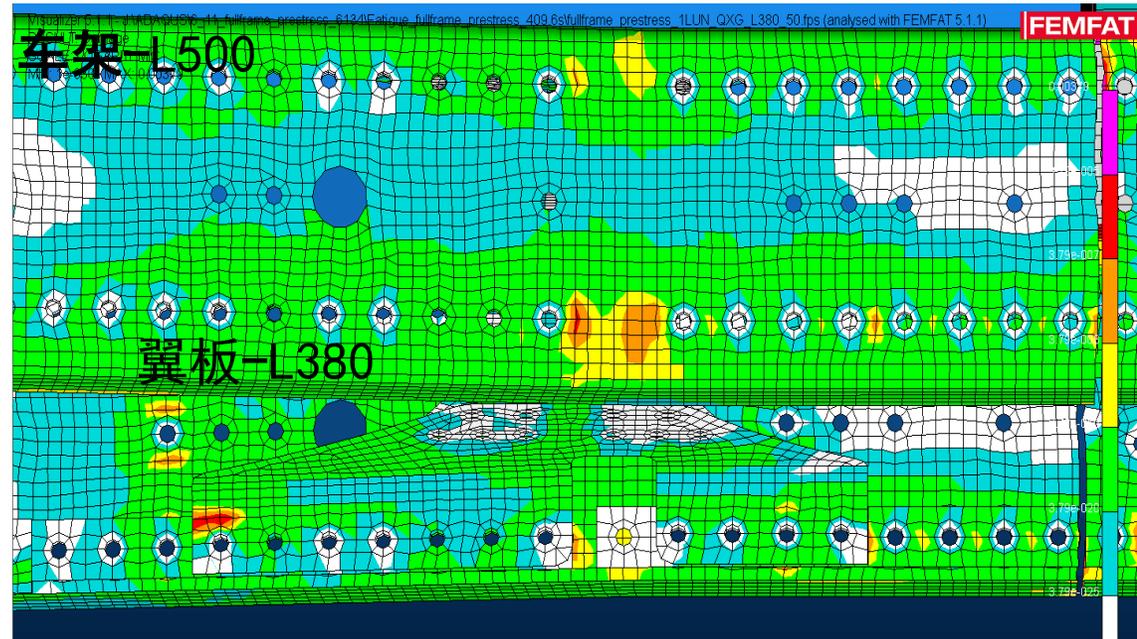
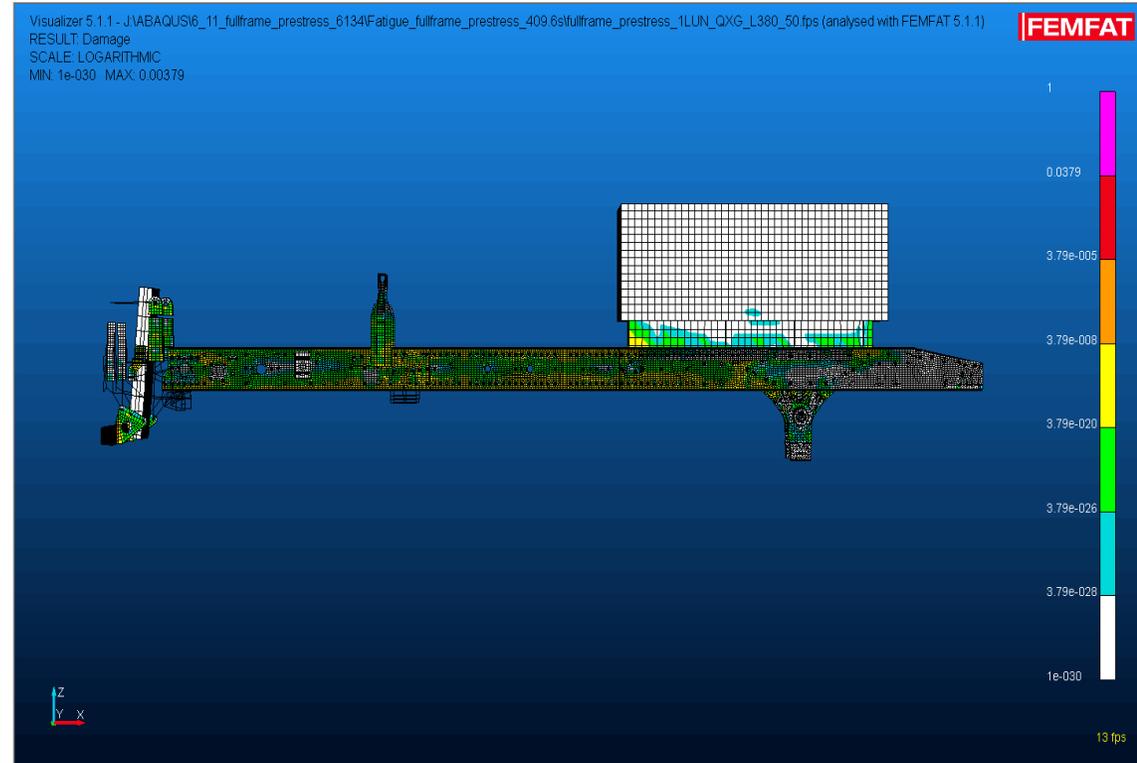
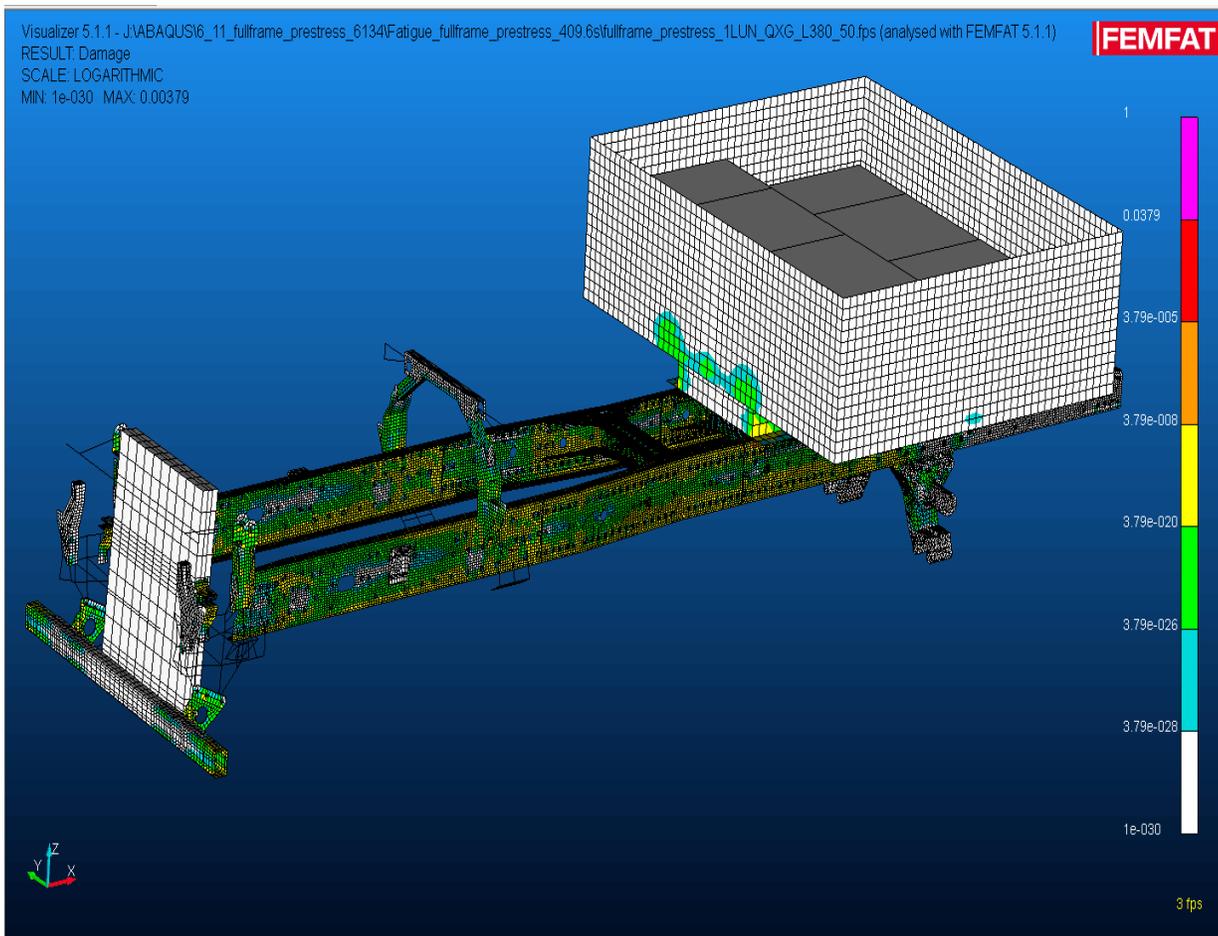


材料与载荷

零件名称 ^ρ	材料名称 ^ρ	弹性模量/MPa ^ρ	泊松比 ^ρ	密度/kg.m ⁻³ ^ρ
纵梁 ^ρ	500L ^ρ	2.1E+5 ^ρ	0.3 ^ρ	7.8E+3 ^ρ
前横梁、前二横梁 ^ρ	20G ^ρ	2.11E+5 ^ρ	0.286 ^ρ	7.8E+3 ^ρ
板簧支架 ^ρ	QT450 ^ρ	1.69E+5 ^ρ	0.275 ^ρ	7.06E+3 ^ρ
平衡悬挂大支架 ^ρ	QT800 ^ρ	1.76E+5 ^ρ	0.275 ^ρ	7.20E+3 ^ρ
加长梁 ^ρ	QT550 ^ρ	1.72E+5 ^ρ	0.275 ^ρ	7.10E+3 ^ρ
其余板材 ^ρ	500L ^ρ	2.1E+5 ^ρ	0.3 ^ρ	7.8E+3 ^ρ
中横梁 ^ρ	380L ^ρ	2.1E+5 ^ρ	0.3 ^ρ	7.8E+3 ^ρ

	1	2	3	...	17	18
1	2	20 21				324 325
2						
3						
...						19+ 17×2+16×2
17						19+ 17×2
18						19

损伤云图



随机疲劳分析结果

分别考虑6次测试信号、90%与50%两种存活率并讨论有无预应力及通道之间自相互与互相关影响，针对上述三个危险点，提取对应位置处参考值损伤进行对比。

1轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m	
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.217E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	9.380E-04	250	1.63E+06	8.787
			3号	12555187	8.482E-04	249.7	1.64E+06	8.845
		全相关 QXG	1号	100624	3.066E-08	268.1	1.87E+06	11.18
			2号	12555285	1.103E-04	250.4	1.62E+06	8.679
			3号	12555187	1.012E-08	250	1.63E+06	8.77
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	3.317E-03	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	3.225E-04	280.6	1.63E+06	8.787
			3号	12555187	2.926E-04	280.3	1.64E+06	8.845
		全相关 QXG	1号	100624	3.353E-09	300.9	1.87E+06	11.18
			2号	12555285	3.339E-05	281.1	1.62E+06	8.679
			3号	12555187	1.510E-09	280.7	1.63E+06	8.77

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m	
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	5.577E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.605E-03	249.9	1.63E+06	8.807
			3号	12555187	2.162E-03	249.6	1.64E+06	8.882
		全相关 QXG	1号	100624	1.140E-05	267.9	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	2.511E-04	250.3	1.62E+06	8.7
			3号	12555187	2.329E-07	249.3	1.65E+06	8.94
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.521E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	5.602E-04	280.5	1.63E+06	8.807
			3号	12555187	7.587E-04	280.1	1.64E+06	8.882
		全相关 QXG	1号	100624	2.507E-06	300.7	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	8.095E-05	281	1.62E+06	8.7
			3号	12555187	3.816E-08	279.8	1.65E+06	8.94

2轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m	
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	5.101E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.294E-03	249.8	1.63E+06	8.822
			3号	12555187	1.574E-03	249.4	1.64E+06	8.906
		全相关 QXG	1号	100624	5.428E-06	267.9	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	1.794E-04	250.3	1.62E+06	8.702
			3号	12555187	2.919E-07	249.6	1.64E+06	8.868
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.391E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	4.497E-04	280.4	1.63E+06	8.822
			3号	12555187	5.501E-04	280	1.64E+06	8.906
		全相关 QXG	1号	100624	1.198E-06	300.7	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	5.695E-05	281	1.62E+06	8.702
			3号	12555187	5.140E-08	280.2	1.64E+06	8.868

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m	
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.470E-01	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	2.071E-03	249.8	1.63E+06	8.834
			3号	12555187	3.350E-03	249.4	1.65E+06	8.923
		全相关 QXG	1号	100624	8.036E-05	267.8	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	3.839E-04	250.3	1.62E+06	8.722
			3号	12555187	2.755E-06	249.2	1.65E+06	8.958
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	4.011E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	7.270E-04	280.4	1.63E+06	8.834
			3号	12555187	1.180E-03	279.9	1.65E+06	8.923
		全相关 QXG	1号	100624	2.074E-05	300.7	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	1.276E-04	280.9	1.62E+06	8.722
			3号	12555187	6.204E-07	279.7	1.65E+06	8.958

随机疲劳分析结果

3轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.450E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.095E-03	249.9	1.63E+06	8.793
			3号	12555187	1.008E-03	249.7	1.64E+06	8.852
		全相关 QXG	1号	100624	8.916E-07	267.9	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	1.457E-04	250.4	1.62E+06	8.694
			3号	12555187	7.677E-08	249.7	1.64E+06	8.856
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	3.953E-03	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	3.780E-04	280.6	1.63E+06	8.793
			3号	12555187	3.486E-04	280.3	1.64E+06	8.852
		全相关 QXG	1号	100624	1.567E-07	300.8	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	4.528E-05	281	1.62E+06	8.694
			3号	12555187	1.209E-08	280.2	1.64E+06	8.856

4轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.496E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.161E-03	250	1.63E+06	8.788
			3号	12555187	1.083E-03	249.7	1.64E+06	8.841
		全相关 QXG	1号	100624	1.312E-07	268	1.88E+06	11.19
			2号	12555285	1.305E-04	250.4	1.62E+06	8.68
			3号	12555187	1.045E-08	250	1.63E+06	8.779
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	4.079E-03	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	4.018E-04	280.6	1.63E+06	8.788
			3号	12555187	3.752E-04	280.3	1.64E+06	8.841
		全相关 QXG	1号	100624	1.724E-08	300.9	1.88E+06	11.19
			2号	12555285	4.010E-05	281.1	1.62E+06	8.68
			3号	12555187	1.555E-09	280.6	1.63E+06	8.779

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	5.510E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.811E-03	249.9	1.63E+06	8.811
			3号	12555187	2.266E-03	249.5	1.64E+06	8.884
		全相关 QXG	1号	100624	5.288E-05	267.8	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	3.386E-04	250.3	1.62E+06	8.719
			3号	12555187	1.240E-06	249.1	1.65E+06	8.988
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.503E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	6.340E-04	280.5	1.63E+06	8.811
			3号	12555187	7.954E-04	280.1	1.64E+06	8.884
		全相关 QXG	1号	100624	1.345E-05	300.6	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	1.116E-04	280.9	1.62E+06	8.719
			3号	12555187	2.508E-07	279.6	1.65E+06	8.988

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	4.571E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.821E-03	249.9	1.63E+06	8.802
			3号	12555187	2.227E-03	249.6	1.64E+06	8.865
		全相关 QXG	1号	100624	5.205E-06	267.9	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	2.608E-04	250.4	1.62E+06	8.693
			3号	12555187	1.050E-07	249.5	1.64E+06	8.899
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.247E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	6.376E-04	280.5	1.63E+06	8.802
			3号	12555187	7.818E-04	280.2	1.64E+06	8.865
		全相关 QXG	1号	100624	1.071E-06	300.7	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	8.424E-05	281.1	1.62E+06	8.693
			3号	12555187	1.635E-08	280	1.64E+06	8.899

随机疲劳分析结果

5轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	4.162E-02	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.347E-03	249.9	1.63E+06	8.813
			3号	12555187	1.491E-03	249.5	1.64E+06	8.891
		全相关 QXG	1号	100624	6.826E-07	267.9	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	2.198E-04	250.4	1.62E+06	8.688
			3号	12555187	5.097E-08	249.7	1.64E+06	8.856
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.135E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	4.686E-04	280.5	1.63E+06	8.813
			3号	12555187	5.205E-04	280.1	1.64E+06	8.891
		全相关 QXG	1号	100624	1.148E-07	300.7	1.88E+06	11.21
			2号	12555285	7.078E-05	281.1	1.62E+06	8.688
			3号	12555187	7.818E-09	280.2	1.64E+06	8.856

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.082E-01	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	2.079E-03	249.8	1.63E+06	8.824
			3号	12555187	2.953E-03	249.4	1.64E+06	8.907
		全相关 QXG	1号	100624	6.277E-05	267.8	1.88E+06	11.23
			2号	12555285	4.714E-04	250.3	1.62E+06	8.718
			3号	12555187	1.855E-06	249	1.65E+06	9.002
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	2.951E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	7.301E-04	280.4	1.63E+06	8.824
			3号	12555187	1.039E-03	280	1.64E+06	8.907
		全相关 QXG	1号	100624	1.607E-05	300.6	1.88E+06	11.23
			2号	12555285	1.587E-04	280.9	1.62E+06	8.718
			3号	12555187	3.946E-07	279.5	1.65E+06	9.002

6轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
无预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	1.449E-01	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	2.126E-03	249.8	1.63E+06	8.823
			3号	12555187	3.027E-03	249.5	1.64E+06	8.899
		全相关 QXG	1号	100624	1.952E-07	268.1	1.87E+06	11.18
			2号	12555285	2.205E-04	250.4	1.62E+06	8.682
			3号	12555187	4.432E-08	250	1.63E+06	8.783
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	3.953E-02	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	7.484E-04	280.4	1.63E+06	8.823
			3号	12555187	1.067E-03	280	1.64E+06	8.899
		全相关 QXG	1号	100624	2.712E-08	301	1.87E+06	11.18
			2号	12555285	7.074E-05	281.1	1.62E+06	8.682
			3号	12555187	6.828E-09	280.6	1.63E+06	8.783

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点		损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	自相关 ZXG	1号	100624	3.870E-01	267.7	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	3.353E-03	249.7	1.64E+06	8.837
			3号	12555187	6.117E-03	249.4	1.64E+06	8.919
		全相关 QXG	1号	100624	4.688E-05	267.9	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	5.294E-04	250.3	1.62E+06	8.712
			3号	12555187	1.977E-06	249.3	1.65E+06	8.947
	50%	自相关 ZXG	1号	100624	1.056E-01	300.5	1.88E+06	11.24
			2号	12555285	1.187E-03	280.3	1.64E+06	8.837
			3号	12555187	2.165E-03	279.9	1.64E+06	8.919
		全相关 QXG	1号	100624	1.179E-05	300.7	1.88E+06	11.22
			2号	12555285	1.791E-04	281	1.62E+06	8.712
			3号	12555187	4.227E-07	279.8	1.65E+06	8.947

随机疲劳分析结果

对比分析表明，采用预应力状态下全相关载荷得到的损伤值更为合理，上述分析中危险位置节点为耦合区域外圈第一层节点最大损伤位置，将其定义为参考值，为疲劳可靠性分析提供支撑。进一步地，提取耦合区域外圈第二层节点最大损伤位置，将其定义为评价值，提取含预应力全相关结果如下。

1轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	1.465E-07	265	1.913E+06	11.64
			2号	1.123E-07	249.6	1.638E+06	8.866
			3号	6.881E-12	248.2	1.675E+06	9.183
	50%	全相关 QXC	1号	1.857E-08	297.5	1.913E+06	11.64
			2号	1.732E-08	280.2	1.638E+06	8.866
			3号	9.249E-13	278.6	1.675E+06	9.183

2轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	2.031E-06	264.9	1.914E+06	11.66
			2号	2.507E-07	249.5	1.641E+06	8.891
			3号	1.891E-10	248.1	1.677E+06	9.2
	50%	全相关 QXC	1号	3.848E-07	297.3	1.914E+06	11.66
			2号	4.053E-08	280.1	1.641E+06	8.891
			3号	2.533E-11	278.5	1.677E+06	9.2

随机疲劳分析结果

3轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	1.254E-06	264.9	1.914E+06	11.66
			2号	2.023E-07	249.5	1.641E+06	8.892
			3号	5.893E-11	248	1.681E+06	9.235
	50%	全相关 QXC	1号	2.265E-07	297.3	1.914E+06	11.66
			2号	3.223E-08	280.1	1.641E+06	8.892
			3号	7.828E-12	278.4	1.681E+06	9.235

4轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	5.250E-08	265.1	1.912E+06	11.63
			2号	1.168E-07	249.7	1.637E+06	8.859
			3号	2.873E-12	248.4	1.671E+06	9.146
	50%	全相关 QXC	1号	5.946E-09	297.6	1.912E+06	11.63
			2号	1.806E-08	280.2	1.637E+06	8.859
			3号	3.895E-13	278.8	1.671E+06	9.146

5轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	1.546E-06	264.9	1.914E+06	11.67
			2号	3.592E-07	249.5	1.641E+06	8.891
			3号	9.998E-11	248	1.682E+06	9.237
	50%	全相关 QXC	1号	2.856E-07	297.3	1.914E+06	11.67
			2号	5.972E-08	280.1	1.641E+06	8.891
			3号	1.327E-11	278.4	1.682E+06	9.237

6轮疲劳计算结果

测试数据	存活率	不同测试次数	危险点节点	损伤D	疲劳强度极限	循环极限	m
预应力	90%	全相关 QXC	1号	1.047E-06	265	1.913E+06	11.65
			2号	4.175E-07	249.5	1.640E+06	8.882
			3号	1.114E-10	248.2	1.675E+06	9.182
	50%	全相关 QXC	1号	1.821E-07	297.4	1.913E+06	11.65
			2号	7.012E-08	280.1	1.640E+06	8.882
			3号	1.498E-11	278.6	1.675E+06	9.182

主要研究内容

2. 车架总成系统可靠性分析

2.1 多部位损伤的可靠性分析方法

2.2 车架可靠性分析平台开发

2.3 车架系统可靠性分析

2.1 多部位损伤的可靠性分析方法

一个损伤部位的概率寿命预测

疲劳寿命大于某一指定循环数的概率：
$$R(N, y) = e^{-\left(\frac{N}{\eta(y)}\right)^{\beta(y)}}$$

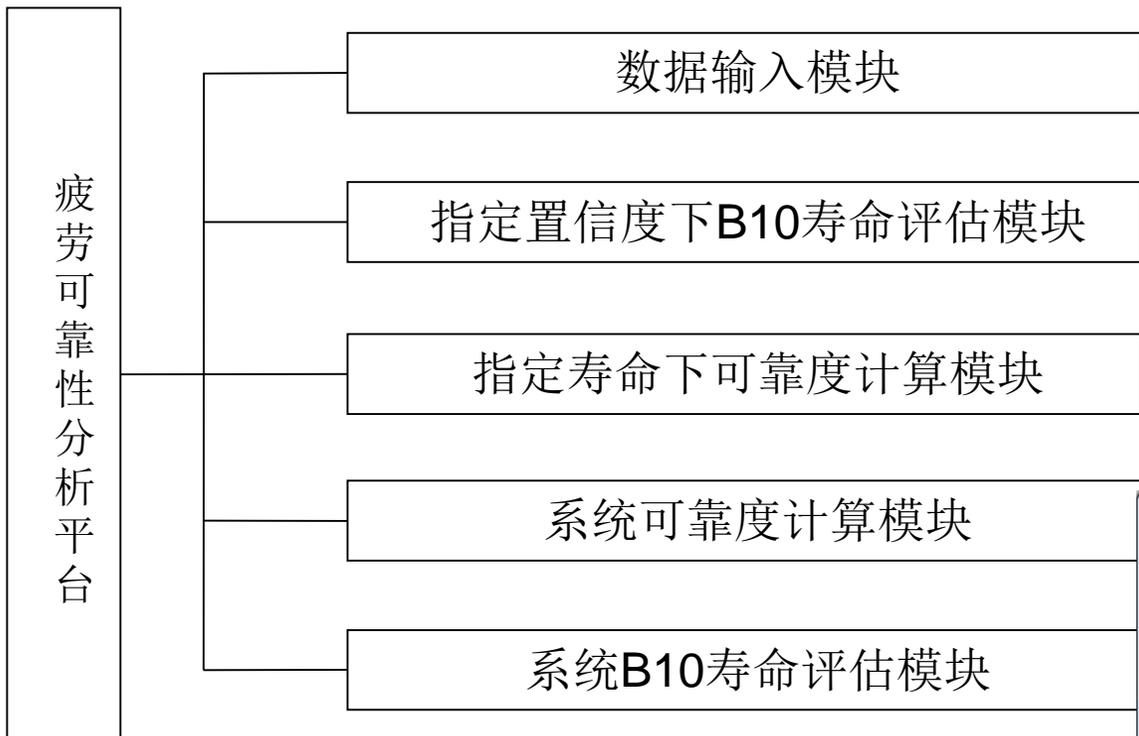
某一指定可靠度下的概率疲劳寿命：
$$N(R, y) = -\eta(y)(\ln R)^{1/\beta(y)}$$

多部位损伤结构的概率寿命预测

含有 m 个损伤部位的结构可靠度：
$$R_S(N_S, y) = \prod_{i=1}^m e^{-\left(\frac{N_S}{\eta_i(y)}\right)^{\beta}} = e^{-N_S^{\beta} \sum_{i=1}^m \eta_i(y)^{-\beta}}$$

概率疲劳寿命：
$$N_S(R_S, y) = \left(\frac{-\ln R_S}{\sum_{i=1}^m \eta_i(y)^{-\beta}}\right)^{1/\beta}$$

2.2 可靠性分析平台开发



车架及支架可靠性分析平台

疲劳分析结果数据输入

寿命 N	中值S-N曲线 ($S^m \times N = C$)	
	90%存活率	50%存活率
1		
2		
3		
4		

指定寿命: 1818

零件可靠度计算

系统可靠度计算

系统B10寿命评估

多部位损伤数里: 0

系统B10寿命

重置

疲劳分析结果数据输入

寿命 N

	90%存活率	50%存活率
1	3.9825e+03	1.2353e+04
2	2.6048e+03	7.8370e+03
3	2.9533e+03	8.9606e+03
4	3.8344e+03	1.1871e+04
5	2.1213e+03	6.3012e+03
6	1.8889e+03	5.5835e+03

中值S-N曲线 ($S^m \times N = C$)

m

C

8.7

3.26032e+27

P-S-N曲线 (P=90%)

m

C

8.7

1.19158e+27

添加

删除

重置

保存

导入

B10寿命评估

估计方法

秩估计法

区间估计法

置信度 /%

70

概率图

B10寿命估计

R90C70

2315.04

可靠度计算

指定寿命

4545

零件可靠度计算

R-N图

P-N图

零件可靠度

0.689077



系统可靠度计算

零件可靠度

0.999985
0.985086
0.689077

系统可靠度计算

系统可靠度

0.67879

系统B10寿命评估

多部位损伤数量

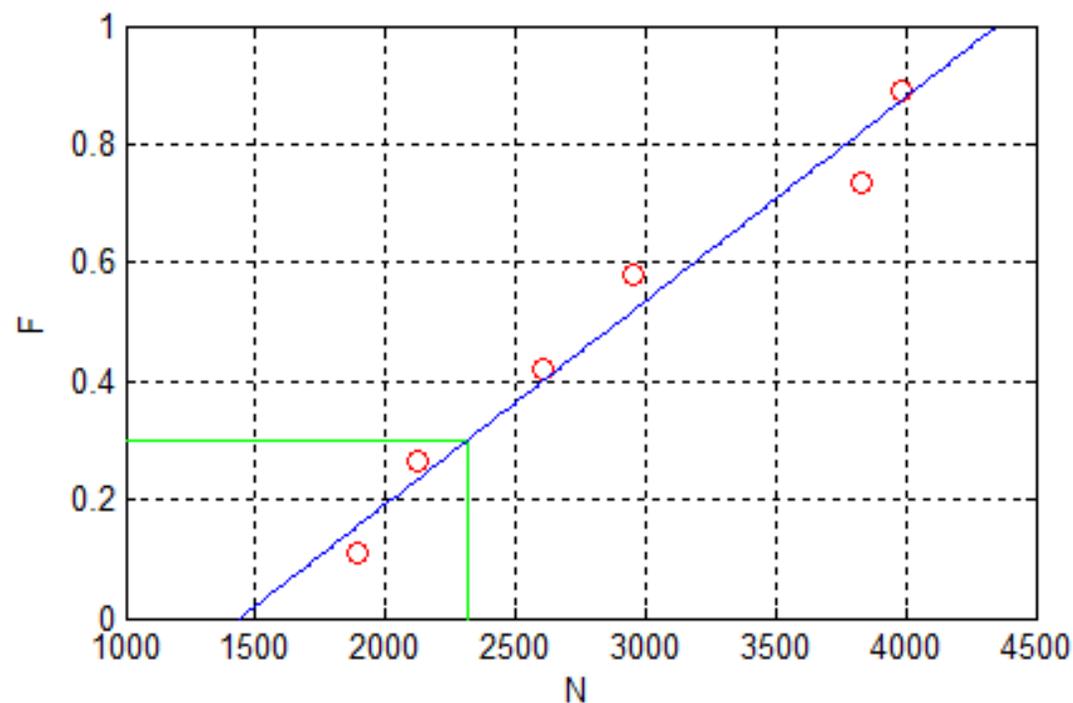
3

系统B10寿命

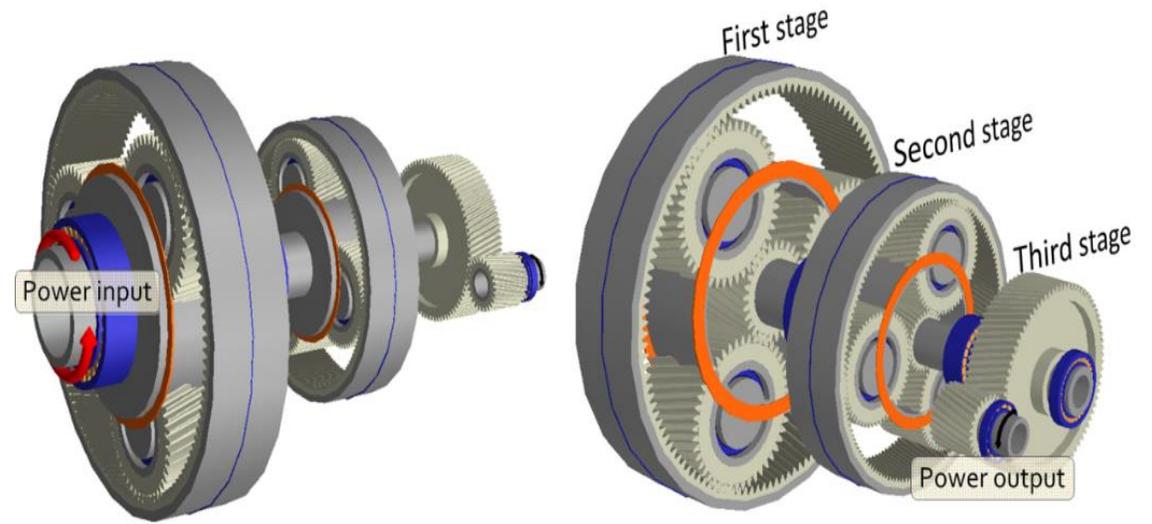
重置

系统B10寿命

2250.7



三、齿轮传动系统

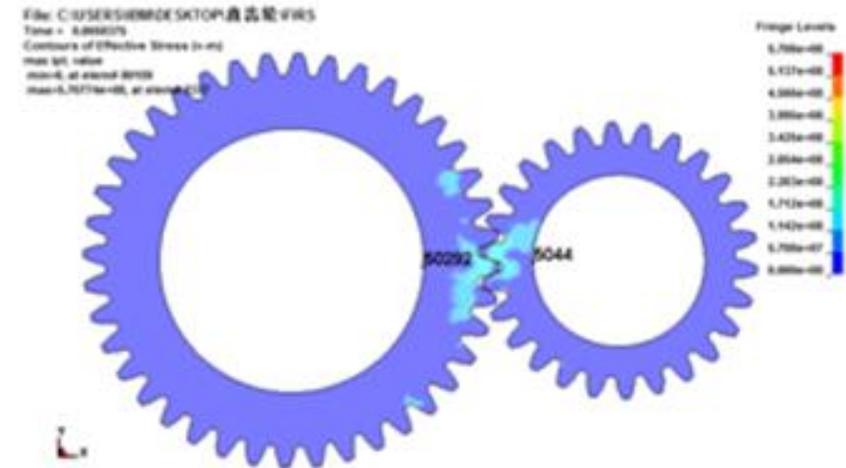


- 机械传动系统存在独特的系统-零部件之间的功能关系。就齿轮传动系统而言，由于存在啮合关系的两个齿轮的齿数不同，传动过程中相互啮合的齿对的对应关系比较复杂。
- 齿轮传动系统是一种四维时空中的“变构系统”，需要有适当的系统可靠性分析方法及模型。

齿轮——时域串联系统

Gear set——Time-Dependent system

- 齿轮传动系统—时域串联系统可靠性建模
——问题及方法



对象•问题•方法

对象——机械传动系统 = 时域串联系统

- 特殊性——系统中各零件不同时工作
- 系统在不同时期由不同零件构成

🕒 齿数相同的两个齿轮可靠度

时域串联系统 • 静强度可靠性模型

$$R_S(mn) = \left\{ \int_0^{\infty} g_{\max}^n(y) \left[\int_{y_1}^{\infty} f_1(x) dx \square \int_{y_2}^{\infty} f_2(x) dx \right] dy \right\}^m$$

☞ 齿数不同—齿数成倍数的两个齿轮构成的传动系统

- 齿轮1的齿数为 m ，齿轮2的齿数为 $2m$ ，相互啮合的齿对依次为 $1:1$ 、 $2:2$ 、 \dots 、 $m:m$ 、 $1:(m+1)$ 、 $2:(m+2)$ 、 \dots 、 $m:2m$ 这样周而复始的循环。

$$R_S(2mn) = \prod_{j=1}^m R_{j:j}(n) \square R_{j:(j+m)|j:j}(n+n)$$

$$R_{j:j}(n) = \int_0^\infty g^n(y) \left[\int_{y_1}^\infty f_1(x) dx \square \int_{y_2}^\infty f_2(x) dx \right] dy$$

☺ 齿数成倍数的齿轮构成的传动系统的可靠度

$$R_{j:(m+j)|j:j}(n+n) = \int_0^{\infty} g^n(z) \{R_{0 \sim z_n} + R_{z_n \sim \infty}\} dz$$

$$R_{0 \sim z}(n+n) = \int_0^z g^n(y) \int_{y_2}^{\infty} f_2(x) dx dy$$

$$R_{z \sim \infty}(n+n) = \int_z^{\infty} g^n(y) \left[\int_{y_1}^{\infty} \frac{f_1(x)}{\int_{z_1}^{\infty} f_1(x) dx} dx \square \int_{y_2}^{\infty} f_2(x) dx \right] dy$$

任意齿数的两个齿轮构成的传动系统

- 齿轮1中的各齿与齿轮2中的各齿的啮合关系复杂，即相互啮合的齿对并不是一一对应、固定不变的。
- 例如，齿轮1有3个齿 ($G_1=3$ ，齿号分别为1、2、3)，齿轮2有4个齿 ($G_2=4$ ，齿号分别为1、2、3、4)，则相互啮合的齿对依次为1:1、2:2、3:3、1:4、2:1、3:2、1:3、2:4、3:1、1:2、2:3、3:4、1:1这样周而复始的循环。

齿对	齿对	齿对
$1^1 1^1$	$2^1 2^1$	$3^1 3^1$
$1^2 4^1$	$2^2 1^2$	$3^2 2^2$
$1^3 3^2$	$2^3 4^2$	$3^3 1^3$
$1^4 2^3$	$2^4 3^3$	$3^4 4^3$

$$R_S(12n) = \prod_{j=1}^3 [R_{j:j}(n)] \square R_{1:4|1:1}(2n) \square R_{2:1|2:2\&1:1}(3n) \square$$

$$R_{3:2|3:3\&2:2}(3n) \square R_{1:3|1:1\&3:3\&1:4}(4n) \square R_{2:4|2:2\&1:4\&2:1}(4n)$$

$$\square R_{3:1|3:3\&2:1\&3:2\&1:1}(5n) \square R_{1:2|1:1\&2:2\&1:4\&1:3\&3:2}(6n) \square$$

$$R_{2:3|2:2\&3:3\&2:1\&2:4\&1:3}(6n) \square R_{3:4|3:3\&1:4\&3:2\&3:1\&2:4}(6n)$$

$$R_S(12n) = \prod_{j=1}^3 [R_{j:j}(n)] \square R_{1:4|1:1}(2n) \square R_{2:1|2:2\&1:1}(3n) \square$$

$$R_{3:2|3:3\&2:2}(3n) \square R_{1:3|1:1\&3:3\&1:4}(4n) \square R_{2:4|2:2\&1:4\&2:1}(4n)$$

$$\square R_{3:1|3:3\&2:1\&3:2\&1:1}(5n) \square R_{1:2|1:1\&2:2\&1:4\&1:3\&3:2}(6n) \square$$

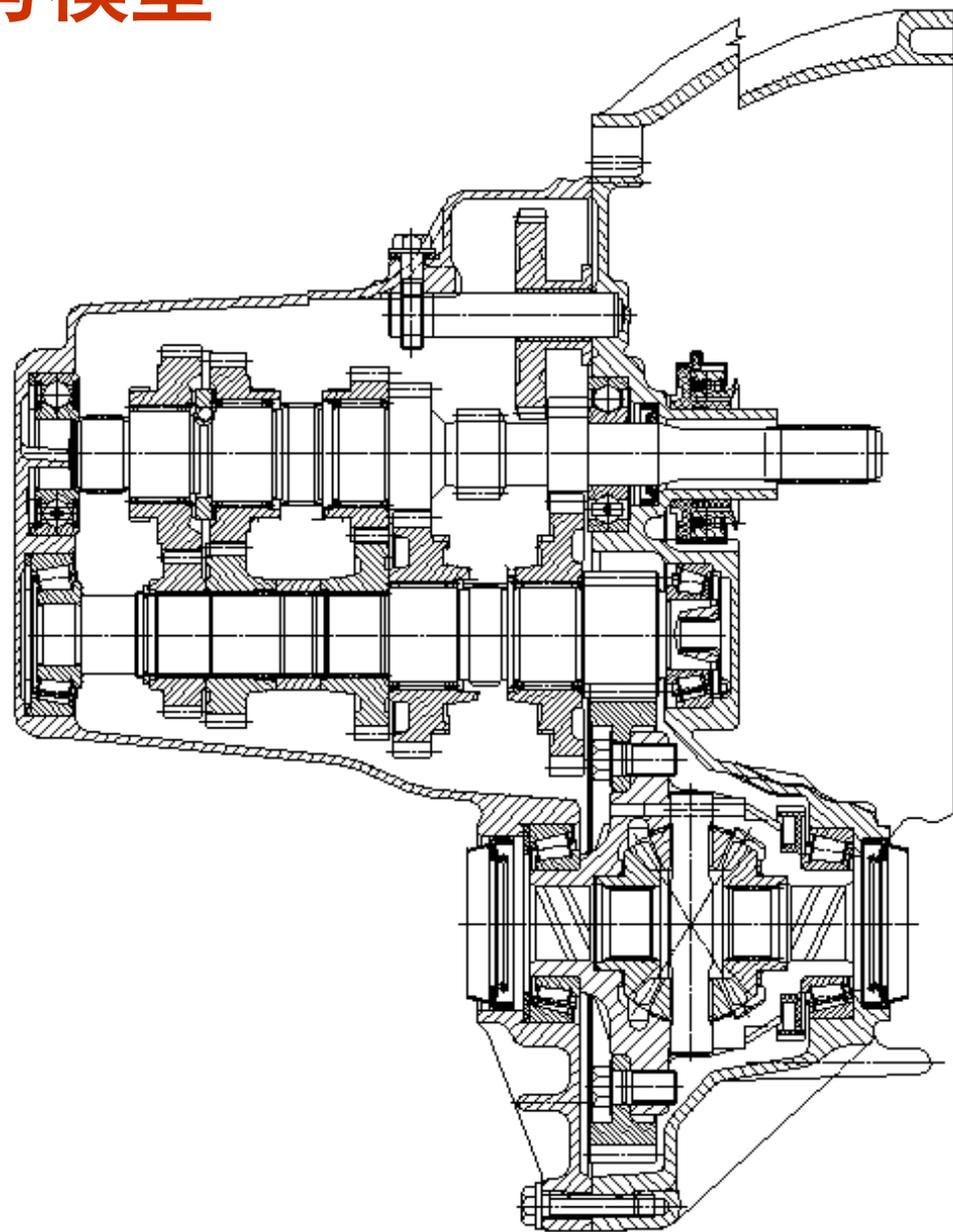
$$R_{2:3|2:2\&3:3\&2:1\&2:4\&1:3}(6n) \square R_{3:4|3:3\&1:4\&3:2\&3:1\&2:4}(6n)$$

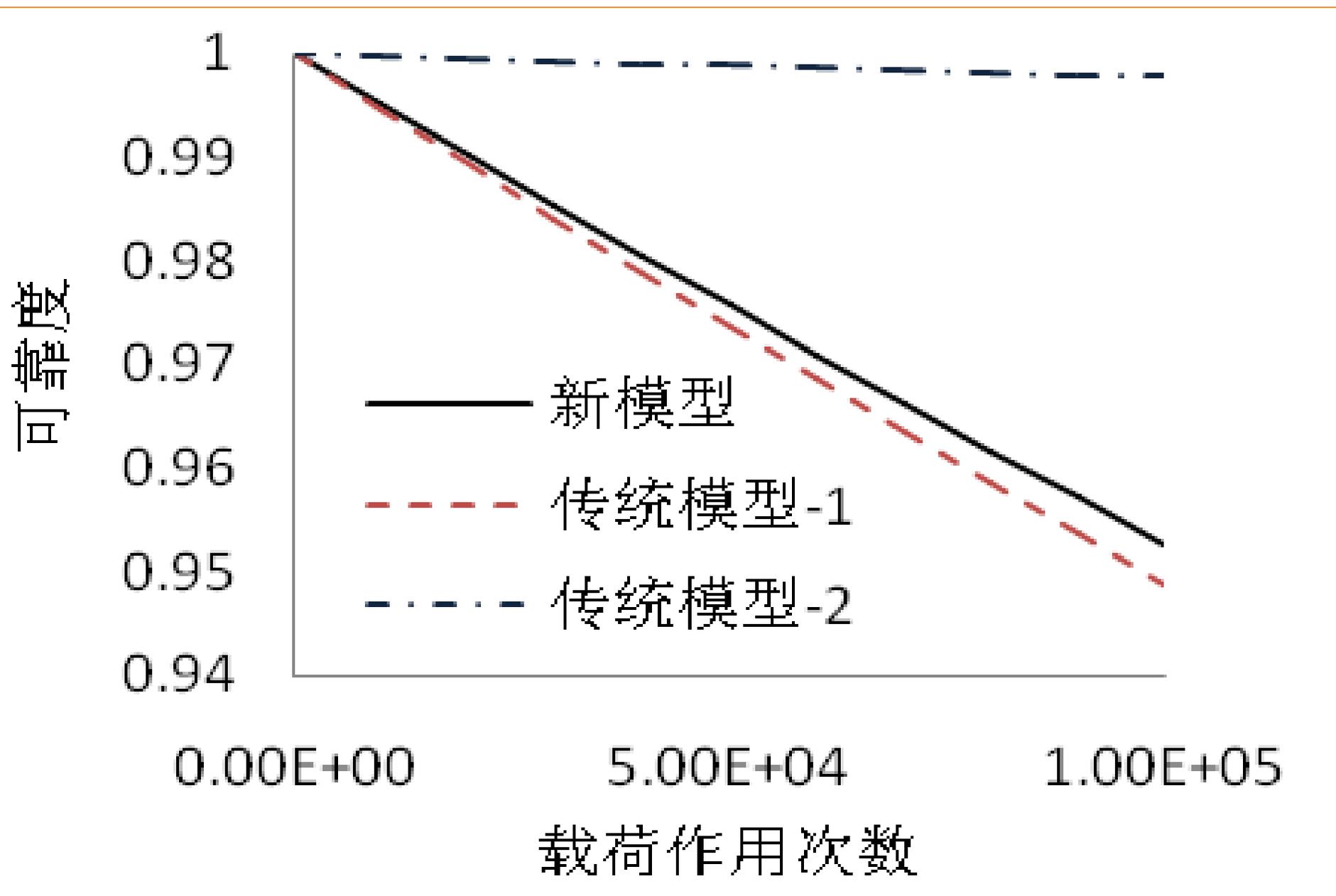
$$R_{2:1|1:1\&2:2}(n + 2n) = \int_0^\infty g^n(z) \left\{ \int_0^z g^n(y) dy + \int_z^\infty g^n(y) \right.$$

$$\left. \left[\int_{y_1}^\infty \frac{f_1(x)}{\int_{y_1(z)}^\infty f_1(x) dx} dx \square \int_{y_2}^\infty \frac{f_2(x)}{\int_{y_2(z)}^\infty f_2(x) dx} dx \right] dy \right\} dz$$

齿轮传动系统可靠性评估理论、方法与模型

□ 时域串联系统可靠性模型





四、升船机齿轮可靠性分析



- **工况：**

- 升船机最大提升高度：

- 最小提升高度：

- 船厢正常升降速度：

- 正常升降加速度：

- 事故制动加速度：

- **设计寿命：**

- 机械部件：35年

- 年平均工作天数：335天

- 每天工作时间：22小时

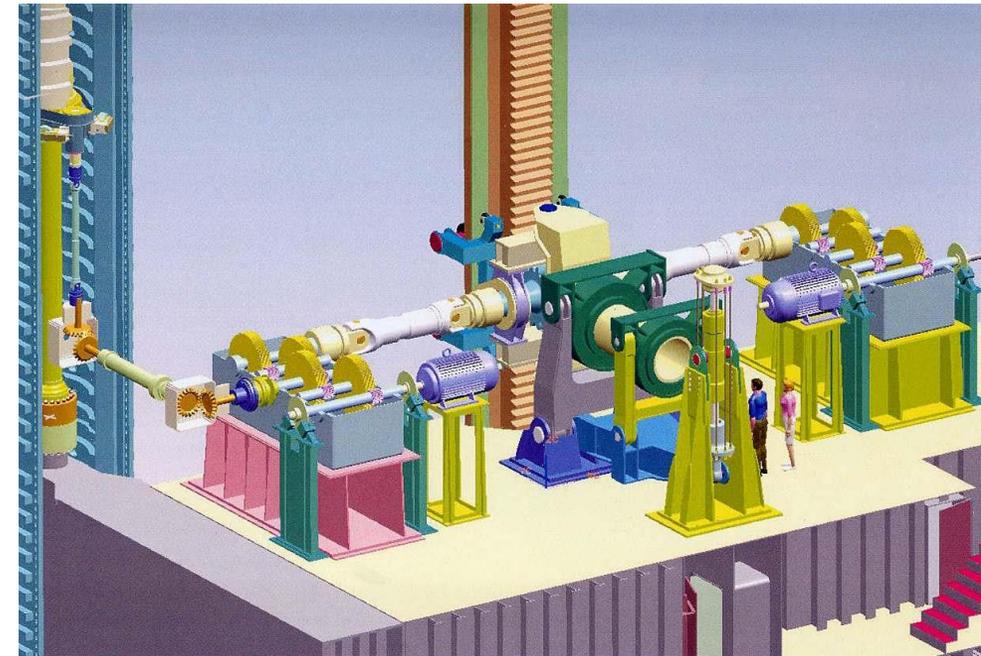
- 平均日运转次数：18次

- **齿轮参数：**

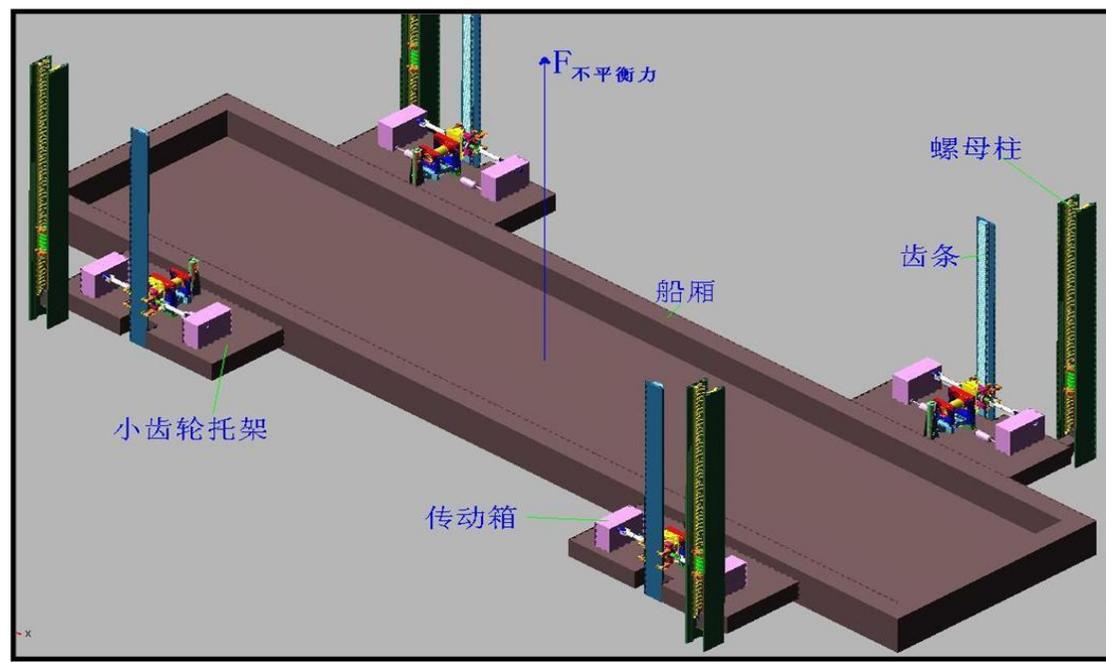
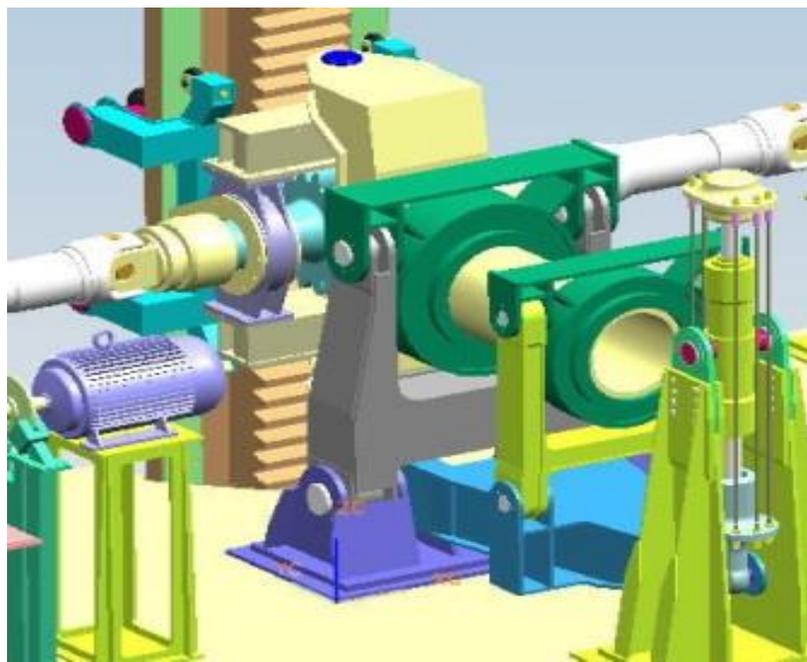
- 齿数：

- 模数：

- 齿轮分度圆直径：

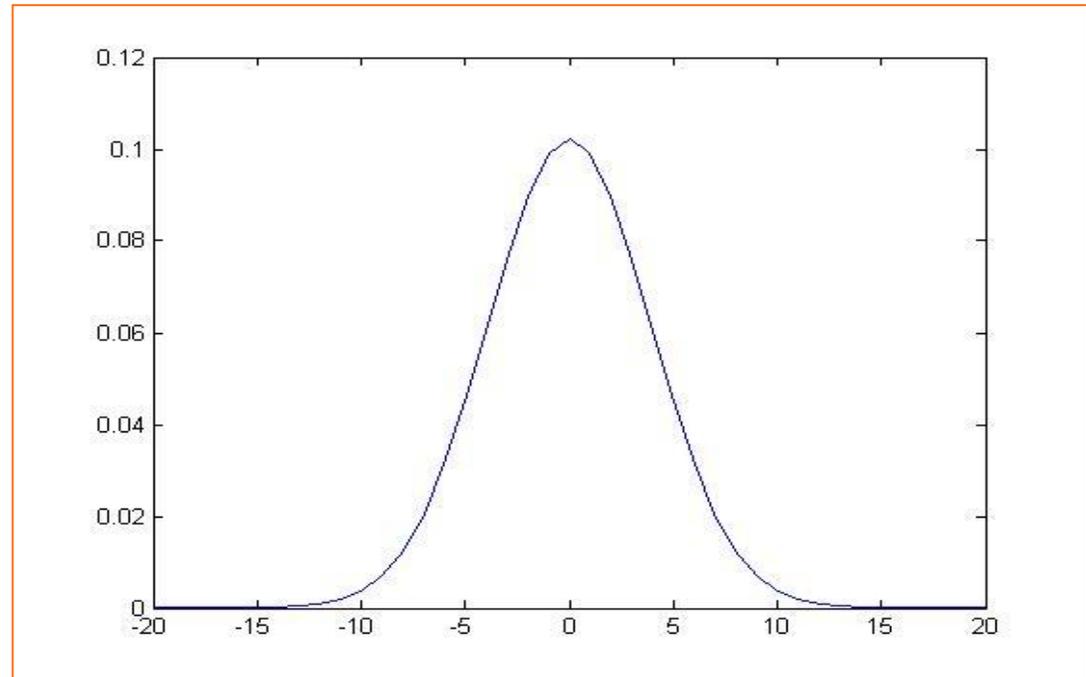


- 齿轮受到的载荷分为动载和静载，动载取决于升船机在正常运行时20%的情况为 $\pm 10\text{cm}$ 误差水深、80%情况为 $\pm 5\text{cm}$ 误差水深，静载为考虑当升船机在异常工况时的载荷，即误差水深为 $\pm 20\text{cm}$ 时的载荷。

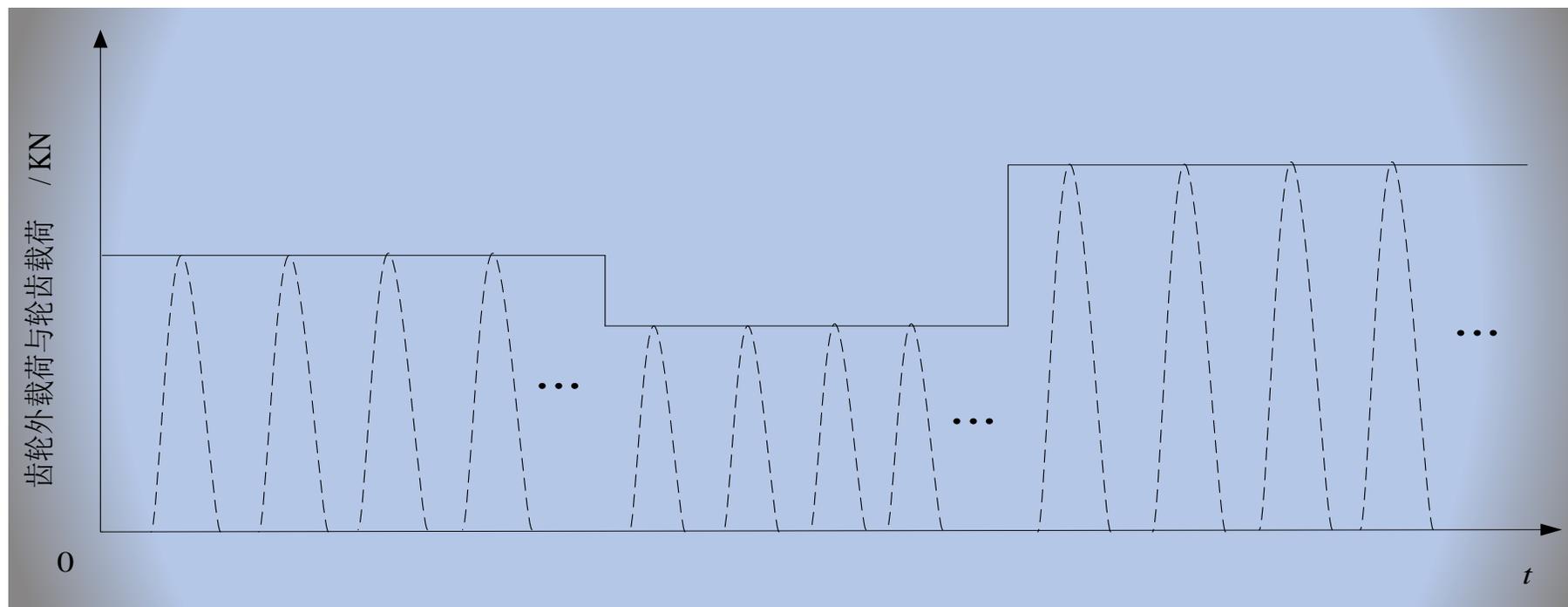


升船机齿轮载荷分析

- 齿轮载荷的不确定性主要由误载水深的的不确定性引起。
- 由已知：80%为±5cm的误载水深，20%为±10cm的误载水深，假设误载水深服从均值为 μ ，方差为 σ 的概率密度函数为 正态分布，因为有80%为±5cm的误载水深，20%为±10cm的误载水深，得 $\mu=0$ ， $\sigma=3.9$ 。
- 误载水深 $\sim N(0, 3.9^2)$ 。



- 齿轮受到的载荷包括：误载水深 F_1 、风载 F_2 、摩擦力 F_3 和惯性力 F_4 ，总提升力为 $F=F_1+F_2+F_3+F_4$ 。
- F_1 服从正态分布； F_2 ， F_3 ， F_4 为确定值。



- 接触应力

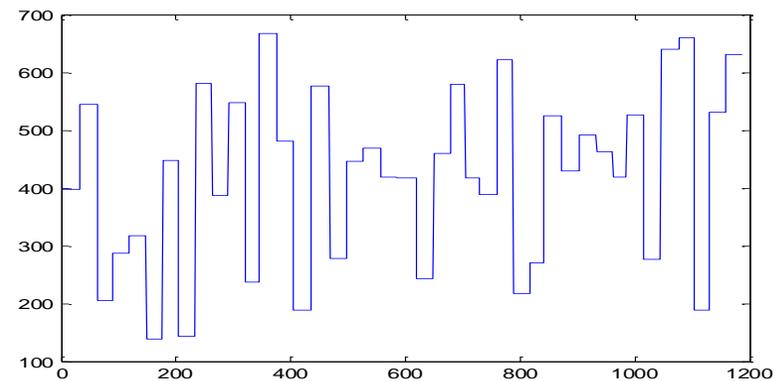
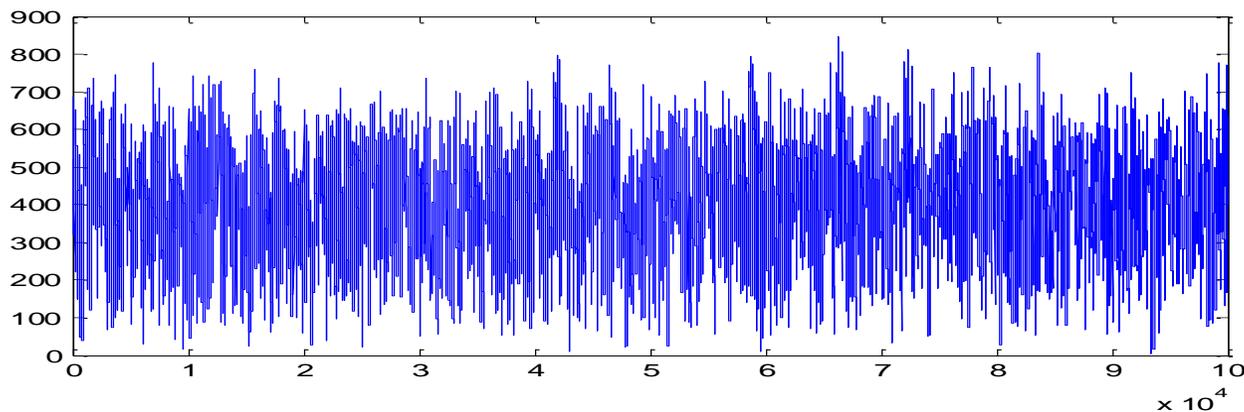
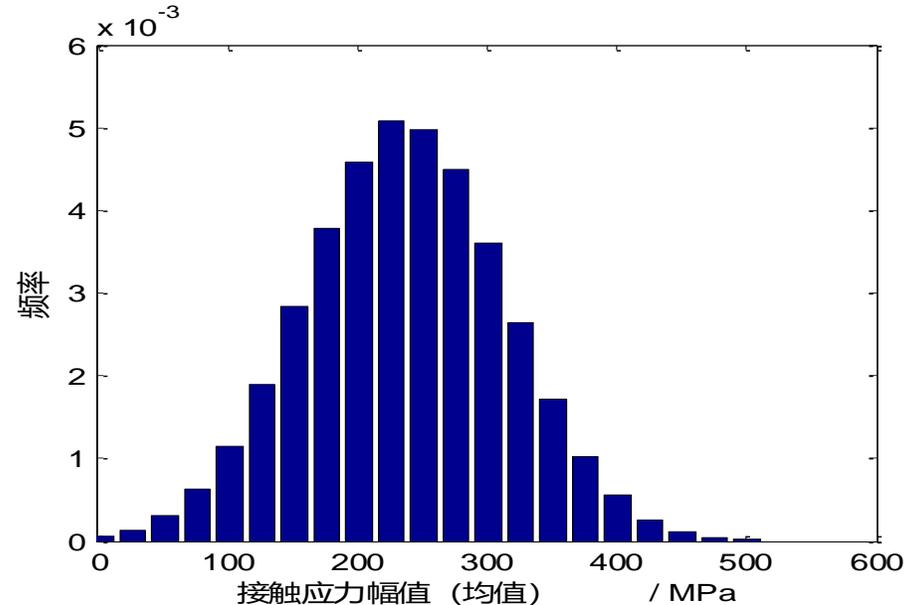
- ——小齿轮接触应力

- ——大齿轮接触应力

- 按手册取式中各参数取值：

$$\sigma_{H1} = Z_B \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$

- $$\sigma_{H2} = Z_D \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$



- 弯曲应力:

- 按驱动分册取上式中各参数取值:

- $\sigma_{F1} = 1.296e^{-4} Ft$

- $\sigma_{F2} = 1.304e^{-4} Ft$

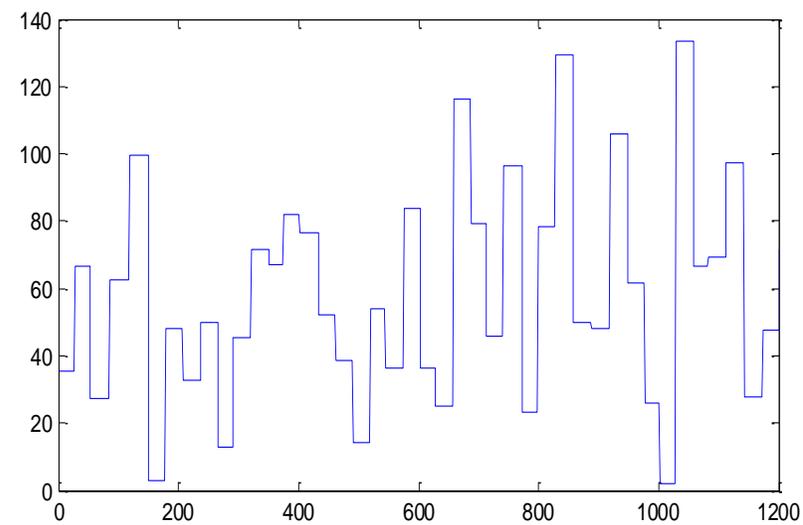
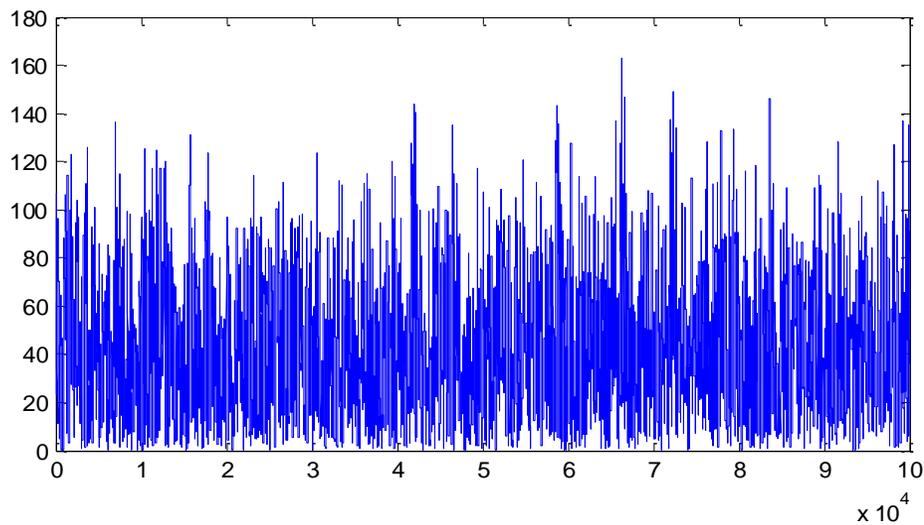
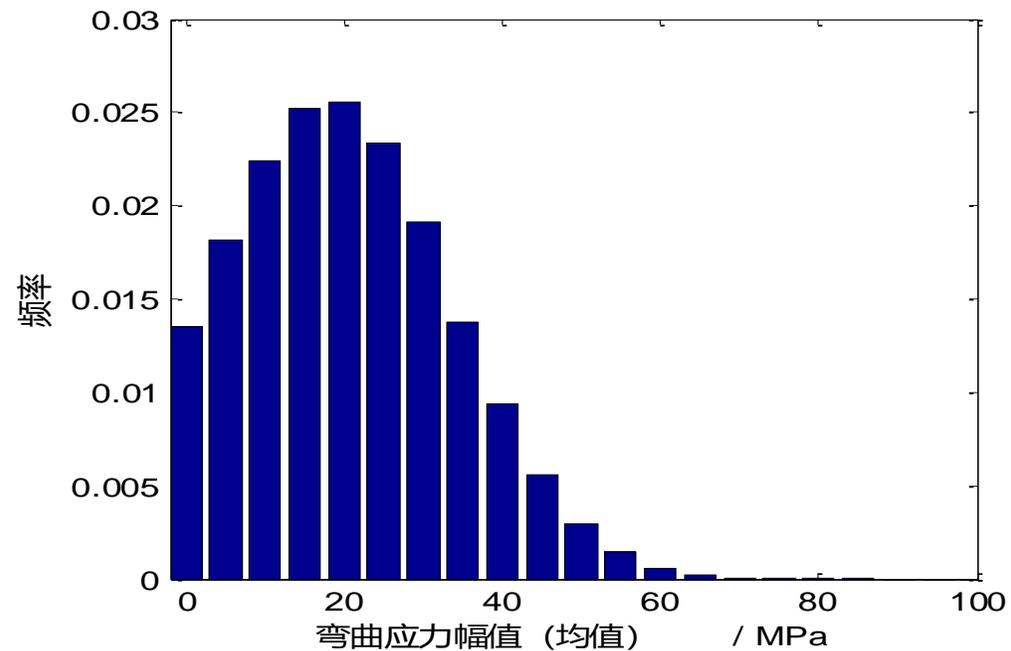


图3 齿轮接触强度对数正态分布

图4 齿条接触强度对数正态分布

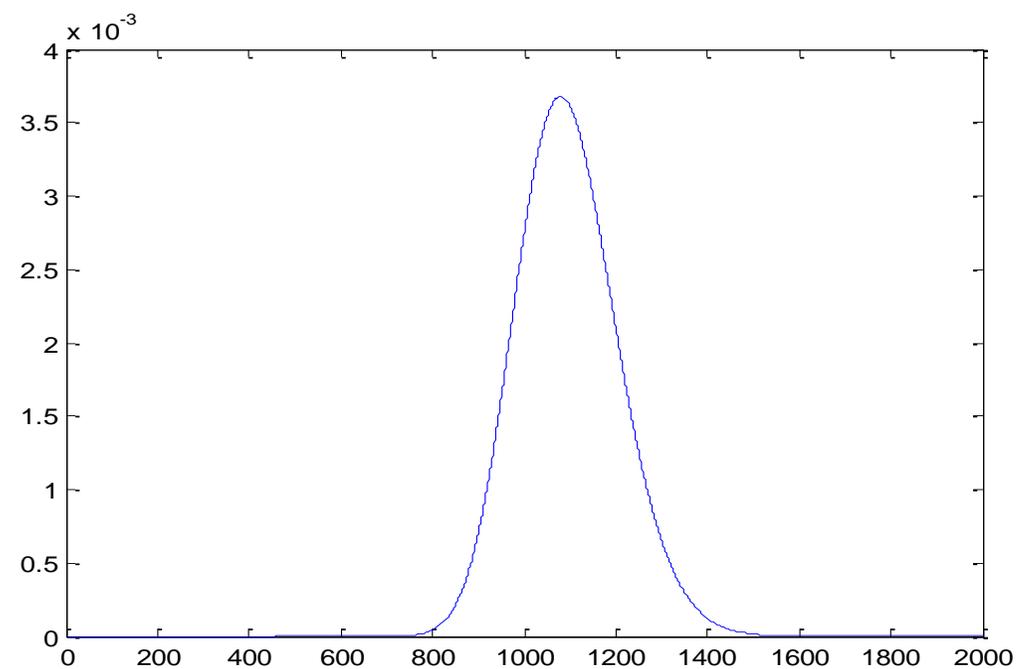
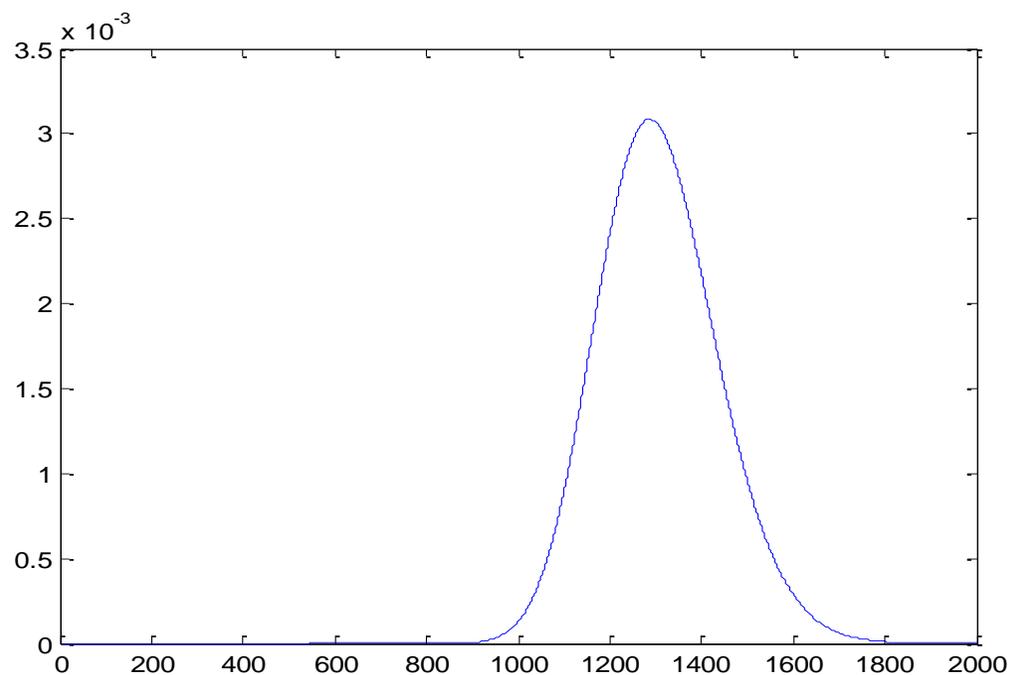
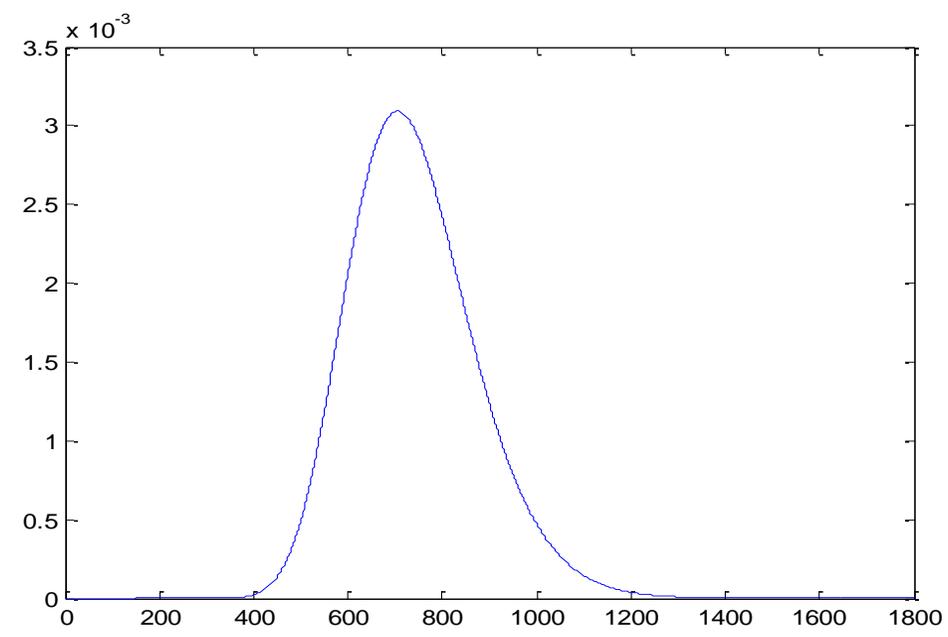
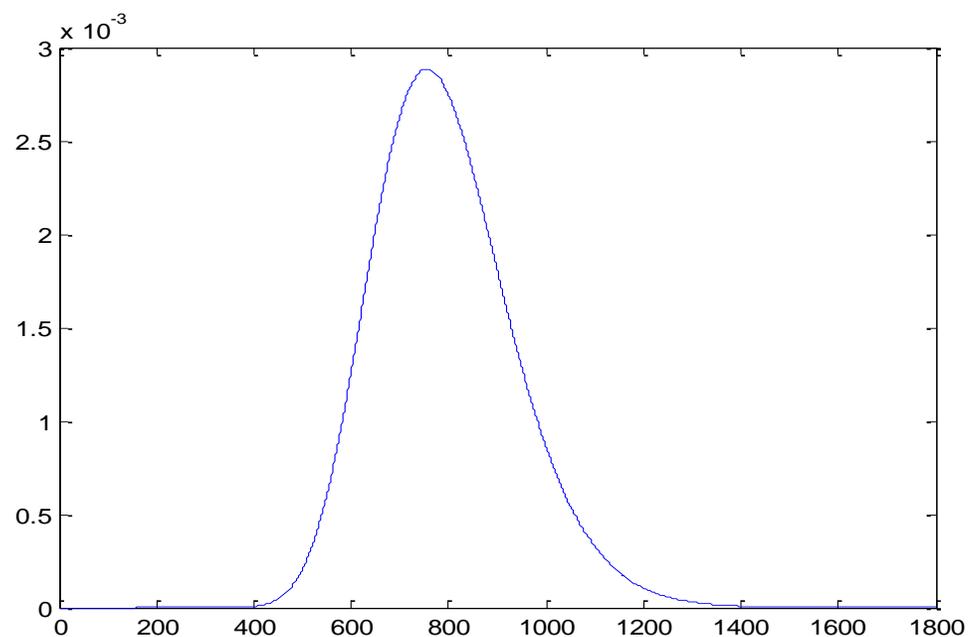


图5 齿轮弯曲强度对数正态分布

图6 齿条弯曲强度对数正态分布

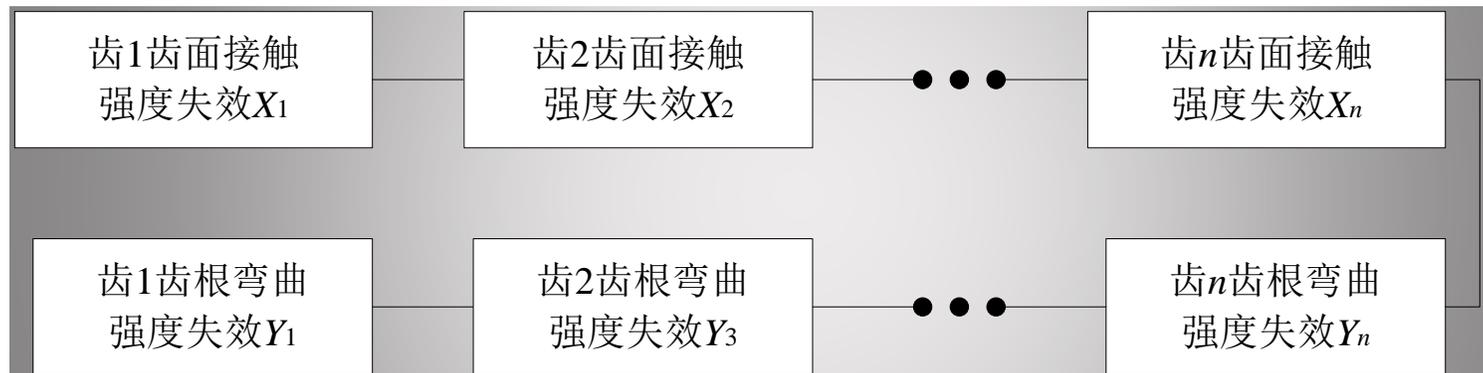


齿轮可靠性模型

- 对于一个齿轮来讲，可以将其视做 n 个轮齿串联构成的系统。失效模式包括齿面接触和齿根弯曲，各个齿的齿根弯曲强度和各齿面的齿面接触强度又同时构成了串联关系。

$$R_{Sys}(t) = \int_0^{\infty} h(L) \prod_{i=1}^n R_c(L) R_b(L) dL$$

$$R(L) = \int f_i(S) \prod_{i=1}^m \left(\int_0^{S^{(i)}} g(s, L) ds \right) dS$$



总结

- 载荷不确定性表征及其对系统可靠性的影响
- 零部件独立失效的系统可靠性模型
- 反映零部件失效相关性的方法
- 齿轮传动系统

谢谢！